令和 2 年度卒業論文
重力波望遠鏡 KAGRA における地下水の重力勾配雑音のシミュレーションによる研究

東京工業大学理学院物理学系　宗宮研究室
17B08379　鈴木孝典

2021 年 2 月 11 日

はじめに

Einstein 博士が提唱した一般相対性理論では、質量を持つ物体の周りでは空間が歪み、物体が加速度運動するとその歪みが波となって空間を伝わることが予言されていた。これを重力波と呼ぶ。現在、ブラックホール連星、中性子星連星などから発生する重力波を捉えるために重力波望遠鏡がいくつかの国で建設され稼働している。その中でもアメリカの重力波望遠鏡 LIGO は 2015 年 9 月 14 日に重力波を初検出した。日本では大型低温重力波望遠鏡 KAGRA が岐阜県飛騨市神岡町に建設されている。

現在の大型重力波望遠鏡はマイケルソン干渉計を応用したものが主流である。マイケルソン干渉計はレーザーを 2 方向の経路に分けた後に再結合させ、光の干渉を観測することができる。マイケルソン干渉計に重力波が入射すると 2 方向の経路に位相差が生じ光の干渉に変化が生じるため、出力光を解析することで重力波を検出することができる。しかし、重力波による変化は微小なため、様々な要因により雑音が発生する。KAGRA は地面振動を軽減するために地下 300m に建設されている。そのため地下で発生した地下水をパイプを通して排出している。このパイプを通る水の水面が揺れることで発生する万有引力から生じる重力勾配が KAGRA の鏡をゆらし、KAGRA の目標感度に対して雑音となる可能性がある。

本実験は重力勾配雑音の大きさを知るために、シミュレーションソフト Flow-3D を用いて流水の波形を計算し、重力勾配雑音を評価した。KAGRA 内の水量は季節や天候により変化するので、シミュレーショにおいても水量や流速といった条件の違いによる雑音の評価を中心に行った。

目次

はじめに i

第 1 章 一般相対性理論における重力波 1
1.1 一般相対性理論における表現 1
1.2 アインシュタイン方程式 2
1.3 重力波方程式 3
1.4 重力波の伝搬 5

第 2 章 重力波検出の原理 7
2.1 マイケルソン干渉計 7
2.2 重力波が入射したときのマイケルソン干渉計の応答 8
2.3 周波数応答 9
2.4 KAGRA の目標感度 9

第 3 章 重力波検出器における雑音 10
3.1 雑音の定式化 10
3.2 重力波検出器における主な雑音 11

第 4 章 流体力学によるパイプの状態の説明 12
4.1 レイノルズ数による流体の区別 12
4.2 平均速度公式 13
4.3 管摩擦係数と壁面粗さ 14
4.4 ベルヌーイの定理 15
4.5 常流、射流 16
4.6 助走区間 17
4.7 プラントルの壁法則 17

第 5 章 地下水が作る重力勾配雑音の定式化 19
5.1 先行研究 西澤-chen モデル 19
5.2 先行研究 井上卒論 22
5.3 先行研究 LiuYuting 氏のシミュレーション 22

第 6 章 パイプの設計・環境の設定 24
6.1 現在の KAGRA のパイプの状況 24

6.2 シミュレーションで使用するパイプの設計 27
6.3 メッシュの設定 28
6.4 境界条件 28
6.5 外部環境 29
6.6 シミュレーション条件まとめ 29
6.7 実際の水量 30

第 7 章 データの解析方法・重力勾配雑音の導出 31
7.1 Flow-3D におけるデータの抽出 31
7.2 TextOutput の出力データの構造 36
7.3 重力勾配雑音導出のプログラム (MATLAB) 40

第 8 章 解析結果 47
8.1 最終時刻における $x = 0\,\mathrm{m}$ の yz 平面の x 方向の速度の分布 48
8.2 収束条件 50
8.3 重力勾配雑音の時間変化 55
8.4 重力勾配雑音のスペクトル 59

第 9 章 議論 64
9.1 全流量の重力勾配雑音 64
9.2 流量 145 t/h 以上における比較 66
9.3 流量 109 t/h(126 t/h) 以下における比較 68
9.4 西澤-chen モデルとの比較 69

第 10 章 総括と今後の展望 70
10.1 総括 70
10.2 今後の展望 70

付録 A 平均速度公式の定数 71

参考文献 73

謝辞 73

第 1 章

一般相対性理論における重力波

一般相対性理論により導出される重力波について [1] を参考に紹介する。

1.1 一般相対性理論における表現

1.1.1 Einstein の縮約記法

一般相対性理論ではベクトル $\mathbf{A} = (A_0, A_1, A_2, A_3)$、$\mathbf{B} = (B_0, B_1, B_2, B_3)$ に対して添え字が重なる場合にその和の記号を省略する。これを Einstein の縮約記法と呼ぶ。具体的に表すと

$$A_0B^0 + A_1B^1 + A_2B^2 + A_3B^3 + A_4B^4 = \sum_{i,j=0}^{4} A_iB^j \tag{1.1}$$

$$\equiv A_iB^j \tag{1.2}$$

となる。

1.1.2 座標変換

座標変換 $x \to x'$ を考える。このとき、座標変換によって、$\mathbf{A}$ は

$$A'_i = \frac{\partial x'_j}{\partial x_i} A_j \tag{1.3}$$

と変換される。

1.1.3 偏微分の表記

表記を簡単にするために偏微分は

$$A_{\mu,\nu} := \frac{\partial}{\partial x^\nu} A_\mu \tag{1.4}$$

と書く。

1.1.4　計量テンソル

相対性理論において内積は共変ベクトルと反変ベクトルの間で定義されているが、ここで反変ベクトルを共変ベクトルの空間に移す写像が定義できれば反変ベクトル同士の内積を定義できる。この写像を計量テンソルと呼ぶ [2]。例えばベクトルの共変成分は計量テンソル $g_{\mu\nu}$ を使って

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu \tag{1.5}$$

と表せる。また。ベクトルの長さ、ベクトル同士の内積も

$$||\mathbf{A}||^2 = (\mathbf{g} \cdot \mathbf{A}, \mathbf{A}) = g_{\mu\nu} A^\mu A^\nu \tag{1.6}$$
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu \tag{1.7}$$

と表せる。
一般相対性理論において時空を記述する計量テンソルはミンコフスキー計量と呼ばれ

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

と表せる。

1.2　アインシュタイン方程式

一般相対性理論では重力は計量テンソルによって表されるが、これは Einstein 方程式と呼ばれる方程式によって決定される [2]。
Einstein 方程式は

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{1.9}$$

である。右辺の G は万有引力定数で、$T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソルである。また、左辺の $G_{\mu\nu}$ は Einstein テンソルと呼ばれる。具体的には

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \tag{1.10}$$

と与えられる。ここで $R_{\mu\nu}$ はリッチテンソル、$g_{\mu\nu}$ は時空の計量テンソル、R はリッチスカラーである。リッチテンソルとリッチスカラーはリーマンテンソル $R_{\mu\nu\alpha\beta}$ によって定義される。

$$R_{\mu\nu} = R^\alpha_{\mu\alpha\nu} \tag{1.11}$$
$$R = R^\mu_\mu \tag{1.12}$$
$$R_{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 g_{\mu\beta}}{\partial x^\nu \partial x^\alpha} + \frac{\partial^2 g_{\nu\alpha}}{\partial x^\mu \partial x^\beta} + \frac{\partial^2 g_{\nu\beta}}{\partial x^\mu \partial x^\alpha} + \frac{\partial^2 g_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu \partial x^\beta} \right) + \left(\Gamma_{\rho,\nu\alpha} \Gamma^\rho_{\mu\beta} - \Gamma_{\rho,\mu\alpha} \Gamma^\rho_{\nu\beta} \right) \tag{1.13}$$

ここで Γ はクリストッフェル記号で時空の計量テンソルを使って

$$\Gamma^{\epsilon}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\epsilon\sigma}(g_{\sigma\nu,\mu} + g_{\sigma\mu,\nu} - g_{\mu\nu,\sigma}) \tag{1.14}$$

と表される。

1.3　重力波方程式

真空中 $T_{\mu\nu} = 0$ の弱い重力場を考えると Einstein 方程式は

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 0 \tag{1.15}$$

となる。このとき計量テンソル $g_{\mu\nu}$ が、ミンコフスキー空間の計量 $\eta_{\mu\nu}$ からわずかにずれている場合を考えると

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \epsilon h_{\mu\nu} \tag{1.16}$$

となる。このとき ϵ の 1 次の範囲ではリーマンテンソルは

$$R^{(1)}_{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{\epsilon}{2} \left(h_{\mu\beta,\nu\alpha} + h_{\nu\alpha,\mu\beta} - h_{\nu\beta,\mu\alpha} - h_{\mu\alpha,\nu\beta} \right) \tag{1.17}$$

となる。また、リッチスカラーとリッチテンソルは

$$R^{(1)}_{\nu\beta} = \frac{\epsilon}{2} \left(\mathrm{h}^{\mu}{}_{\beta,\mu\nu} + \mathrm{h}^{\mu}{}_{\nu,\mu\beta} - \mathrm{h}_{\nu\beta,\mu}{}^{,\mu} - \mathrm{h}^{\mu}{}_{\mu,\nu\beta} \right) \tag{1.18}$$

$$R^{(1)} = \epsilon \left(h^{\mu}{}_{\beta}{}^{,\beta}{}_{,\mu} - h^{\mu}{}_{\mu}{}^{,\beta}{}_{,\beta} \right) \tag{1.19}$$

となる。ここで $h_{\nu\beta,\mu}{}^{,\mu} = \eta^{\mu\alpha} h_{\nu\beta,\mu\alpha} = \Box h_{\nu\beta}$ である。
式 (1.18)、(1.19) を式 (1.15) に代入すると

$$\mathrm{h}^{\rho}{}_{\mu,\rho\nu} + \mathrm{h}^{\rho}{}_{\nu,\rho\mu} - h_{\mu\nu}{}^{,\rho}{}_{,\rho} - \mathrm{h}^{\rho}{}_{\rho,\mu\nu} - \eta_{\mu\nu} \left(h^{\rho}{}_{\sigma}{}^{,\sigma}{}_{,\rho} - h^{\rho}{}_{\rho}{}^{,\sigma}{}_{,\sigma} \right) = 0 \tag{1.20}$$

となる。ここで

$$\bar{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \tag{1.21}$$

$$h \equiv h^{\rho}{}_{\rho} \tag{1.22}$$

を定義する。また

$$\bar{h} = -h, h_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \bar{h} \tag{1.23}$$

より、式 (1.20) は

$$\bar{h}^{\rho}{}_{\mu,\rho\nu} + \bar{h}^{\rho}{}_{\nu,\rho\mu} - (\bar{h}_{\mu\nu})^{,\rho}{}_{,\rho} - \eta_{\mu\nu} (\bar{h}^{\rho}{}_{\sigma})^{,\sigma}{}_{,\rho} = 0 \tag{1.24}$$

となる。

式 (1.24) を簡単にするため調和条件

$$\bar{h}^{\rho}{}_{\mu,\rho} = 0 \tag{1.25}$$

を課すと式 (1.24) は

$$\Box \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \tag{1.26}$$

となる。
次に無限小変換

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + \epsilon\zeta^{\mu} \tag{1.27}$$

を考える。このとき計量テンソルは

$$g'_{\mu\nu}(x^{\gamma} + \epsilon\zeta^{\gamma}) = g_{\alpha\beta}\frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}}\frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}} \tag{1.28}$$

$$= (\eta_{\alpha\beta} + \epsilon h_{\alpha\beta})\frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}}x^{\alpha}\frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}} \tag{1.29}$$

となるが、ϵ の 1 次の項について考えているので

$$\frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}} = \delta^{\alpha}{}_{\mu} - \epsilon\zeta^{\alpha}{}_{,\mu}, g'_{\mu\nu}(x^{\gamma} + \epsilon\zeta^{\gamma}) = g'_{\mu\nu}(x^{\gamma}) \tag{1.30}$$

となる。$h'_{\mu\nu}$ は

$$h'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \zeta_{\mu,\nu} - \zeta_{\nu,\mu} \tag{1.31}$$

となり、トレースをとると

$$\bar{h}' = \bar{h} - 2\zeta^{\mu}{}_{,\mu} \tag{1.32}$$

となる。
式 (1.32) より

$$\bar{h}'_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu} - (\zeta_{\mu,\nu} + \zeta_{\nu,\mu} - \eta_{\mu\nu}\zeta^{\rho}{}_{,\rho}) \tag{1.33}$$

となり、ϵ の 1 次の範囲では

$$\bar{h}'^{\rho}{}_{\mu,\rho} = \bar{h}_{\mu}{}^{\rho}{}_{,\rho} - \zeta_{\mu}{}^{,\rho}{}_{,\rho} \tag{1.34}$$

となるので

$$\Box\zeta_{\mu} = 0 \tag{1.35}$$

を満足する無限小変換に対しては調和条件の座標条件は変わらない。

1.4　重力波の伝搬

式 (1.26) の解が重力波解となる。ここでは簡単のため単色平面波を考える。μ,ν について対称な偏光テンソル $e_{\mu\nu}$ を用いて

$$h_{\mu\nu} = e_{\mu\nu}e^{ik_\alpha x^\alpha} \tag{1.36}$$

とする。これは式 (1.25) の座標条件を満たす必要があるので

$$k_\nu e^\nu{}_\mu - \frac{1}{2}k_\mu e^\rho{}_\rho = 0 \tag{1.37}$$

を満たす必要がある。また、波動方程式 (1.26) の解でもあるので

$$(e_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}e^\rho{}_\rho)k_\rho k^\rho = 0 \tag{1.38}$$

となる。これは $k_\rho k^\rho = 0$ のとき成り立つ。次に無限小変換 (1.35) を考える。

$$\zeta^\mu = ic^\mu e^{ik_\alpha x^\alpha} \tag{1.39}$$

とすると、$k_\mu k^\mu = 0$ より (1.34) を満たす。次に式 (1.39) を式 (1.30) に代入すると

$$e'_{\mu\nu} = e_{\mu\nu} + k_\mu c_\nu + k_\nu c_\mu \tag{1.40}$$

を得る。k^μ 空間成分を z 後方に取ると

$$k^1 = k^2 = 0, k^0 = k^3 \equiv k > 0 \tag{1.41}$$

となる。式 (1.40) より $e'_{00}, e'_{0i} = 0$ になるように c_μ を選ぶと

$$e'_{00} = e_{00} + 2k_0c_0 = 0 \tag{1.42}$$
$$e'_{0i} = e_{0i} + k_0c_i + k_ic_0 = 0 \tag{1.43}$$

となり、$k_0 = -k$ より

$$c_0 = \frac{e_{00}}{2k}, c_1 = \frac{e_{01}}{k}, c_2 = \frac{e_{02}}{k}, c_3 = \frac{e_{03+kc_0}}{k} \tag{1.44}$$

ゲージ変換で式 (1.37) は不変なので' を省略する。式 (1.37) は式 (1.42)、(1.43) より

$$ke_{3\mu} - \frac{1}{2}k_\mu(e_{11} + e_{22} + e_{33}) = 0 \tag{1.45}$$

と書ける。ここで $\mu = 0$ とおくと $e_{30} = e_{03} = 0$ より

$$e_{11} + e_{22} + e_{33} = 0 \tag{1.46}$$

式 (1.46) より式 (1.45) は

$$e_{3l} = 0 \tag{1.47}$$

となる。

l=3 とおくと e_{33} なので式 (1.45) は $e_{11} + e_{22} = 0$ となる。$e_{\mu\nu}$ を書くと

$$e_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{11} & e_{12} & 0 \\ 0 & e_{12} & -e_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.48}$$

となる。これが重力波の解である。

第 2 章

重力波検出の原理

2.1　マイケルソン干渉計

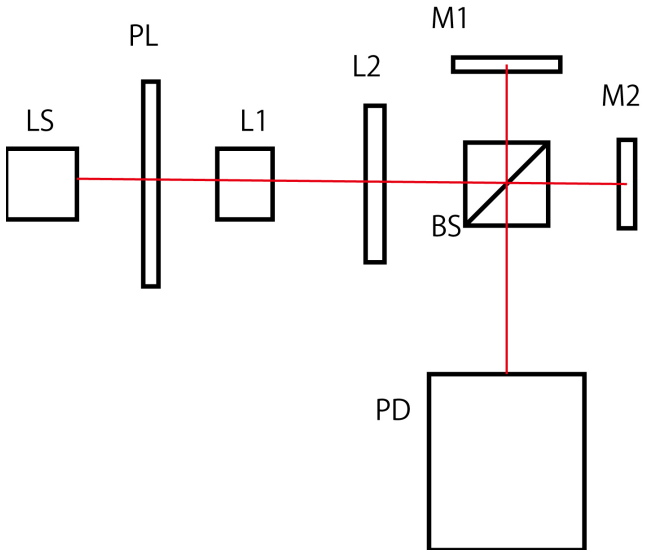


図 2.1　マイケルソン干渉計の略図

現在、重力波の検出にはマイケルソン干渉計が応用されている。マイケルソン干渉計はレーザーを 2 つの経路に分け、ビームスプリッターで再結合させ光の干渉を観測する機器である。マイケルソン干渉計に重力波が入射すると 2 方向の経路のレーザーに位相差が表れるので光の干渉の変化を解析することで重力波を検出することができる。
干渉計に入射するビームの電場を $E = E_0 \exp(i\Omega t)$ としてビームスプリッターを通過した後の位相差をそれぞれ ϕ_x, ϕ_y とするとビームスプリッターで再結合した光は

$$E_{out} = \frac{1}{2} E_0 \left(\exp[i\Omega - \phi_x] + \exp[i\Omega] - \phi_y \right) \tag{2.1}$$

となる。

強度は

$$P_{out} = |E_{out}|^2 \tag{2.2}$$

$$= \frac{1}{2}E_0^2\left(1 - \cos(\phi_x - \phi_y)\right) \tag{2.3}$$

となる [3]。マイケルソン干渉計から出力されるレーザー強度は位相差によって変化することが分かる。

2.2　重力波が入射したときのマイケルソン干渉計の応答

重力波がマイケルソン干渉計に入射したときに生じる位相差について [1] を参考に紹介する。重力波 $h(t)$ が z 軸方向から入射し、4 次元線素が TT ゲージの 1 つの偏波成分 (+ モード) を用いて

$$ds^2 = -c^2dt^2 + (1+h)dx^2 + (1-h)dy^2 + dz^2 \tag{2.4}$$

で与えられるとする。また、鏡の運動方程式はニュートン近似で

$$\frac{\mathrm{d}^2x_i}{\mathrm{d}t^2} = 0 \tag{2.5}$$

となる。また、光は $ds^2 = 0$ となり、x 軸に沿った光は $dy = dz = 0$ を満たすので

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \pm\frac{c}{\sqrt{1+h(t)}} \tag{2.6}$$

となる。+ が x 軸正の方向に進む光、-が負の向きに進む光である。そして時刻 τ_1 に干渉計に入射し、距離 l_1 を往復して時刻 t に戻ってきた光の位相は

$$\phi_1(t) = \phi(\tau_1) = \Sigma\tau_1 \left(\Sigma = \frac{2\pi c}{\lambda}\right) \tag{2.7}$$

と表せるのでこれを τ_1 から t まで積分すると

$$\int_{\tau_1}^{t} \frac{dt'}{\sqrt{1+h(t')}} = \frac{1}{c}\left[\int_0^{l_1} dx + \int_{l_1}^{0}(-dx)\right] = \frac{2l_1}{c} \tag{2.8}$$

である。この式を h の次で近似すると

$$\int_{\tau_1}^{t} \frac{dt'}{\sqrt{1+h(t')}} \approx \int_{\tau_1}^{t}\left[1 - \frac{1}{2}h(t')\right]dt' = \frac{2l_1}{c} \tag{2.9}$$

となる。

ここで $h = 0$ ならば $\tau_1 = t - 2l_1/c$ なので、左辺第 2 項の積分の下限を $\tau_1 = t - 2l_1/c$ とできるので

$$\phi_1(t) = \Sigma\left[t - \frac{2l_1}{c} - \frac{1}{2}\int_{t-2l_1/c}^{t} h(t')dt'\right] \tag{2.10}$$

となる。

y 軸方向では重力波の影響が逆方向なので位相差は

$$\nabla\phi = \phi_1 - \phi_2 = -\frac{2\Sigma(l_1 - l_2)}{c} - \nabla\phi_{GR}(t) \tag{2.11}$$

$$\nabla\phi_{GR}(t) = \Sigma\int_{t-2l/c}^{t} h(t')dt'(l_2 \approx l_1 = l) \tag{2.12}$$

となる [1]。

2.3　周波数応答

観測を行う場合には、対称となる信号の周波数成分が重要となるので、特定の周波数の正弦波に対する出力を考える。h(t) をフーリエ分解すると

$$h(t) = \int h(\omega)e^{i\omega t}d\omega \tag{2.13}$$

となり、位相差と重力波の応答関数は

$$\nabla\phi_{GR}(t) = \int h(\omega)e^{i\omega t}H_M(\omega)d\omega \tag{2.14}$$

$$H_M(\omega) = \frac{2\Omega}{\omega}\sin(l\omega/c)e^{-il\omega/c} \tag{2.15}$$

となる [4]。$H_M(\omega)$ は ω の周波数の重力波の応答関数である。これは

$$\frac{l\omega}{c} = \frac{\pi}{2} \tag{2.16}$$

のとき最大値を持つ。

2.4　KAGRA の目標感度

図 2.2 は KAGRA の目標の感度曲線である。この曲線より値が大きい雑音は将来的に取り除かなければならない。

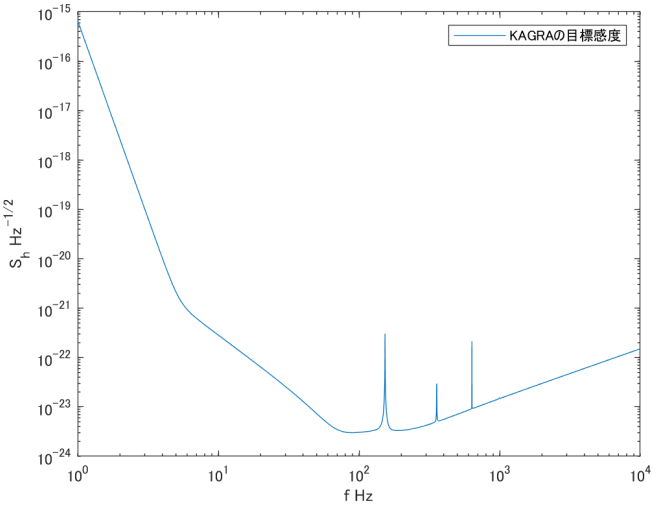


図 2.2　KAGRA

第 3 章

重力波検出器における雑音

3.1 雑音の定式化

3.1.1 RMS

ある物理量を定量的に評価する方法として二乗平均平方 (Root Mean Square) がある。時間変化する物理量に対して RMS は

$$RMS := \sqrt{\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} dt x^2(t)} \tag{3.1}$$

と定義される [4]。重力波検出においては感度は周波数で議論されるのでこれをフーリエ変換を使用して周波数領域へ拡張する。

3.1.2 パワースペクトル

式 (3.1) より RMS^2 は

$$RMS^2 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} dt x^2(t) = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} dt x^2(t;T) \tag{3.2}$$

ここでフーリエ変換を使用して

$$RMS^2 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} dt x(t;T)\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{X}(\omega;T)e^{i\omega t} \tag{3.3}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{X}(\omega;T)\left(\int_{-T/2}^{T/2} dt x(t;T)e^{i\omega t}\right) \tag{3.4}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{X}(\omega;T)\left(\frac{1}{2\pi}\int_{-T/2}^{T/2} dt x(t;T)e^{-i\omega t}\right)^* \tag{3.5}$$

さらに

$$RMS^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\tilde{X}(\omega;T)\tilde{X}^*(\omega;T)}{T} \tag{3.6}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{|\tilde{X}(\omega;T)|^2}{T} \tag{3.7}$$

となる。ここでパワースペクトル密度を

$$P(\omega) = \lim_{T\to\infty} P(\omega;T) = \lim_{T\to\infty} \frac{|\tilde{X}(\omega;T)|^2}{T} \tag{3.8}$$

と定義する [4]。雑音などはパワースペクトル密度の平方 (振幅スペクトル密度) に変換して、ひずみの次元 ($\mathrm{Hz}^{-1/2}$) に合わせて議論をする。

3.2　重力波検出器における主な雑音

重力波検出器における雑音源は大きく、光源・熱雑音・振動・その他がある。光源による雑音はビームの輻射圧雑音やビームの揺らぎによるビームジッター雑音がある。熱雑音は検出器のさまざまな部分で起こる熱振動による雑音である。振動は地面振動など外部の振動源から伝わる振動による雑音である。地面雑音は主に低周波に現れる。本実験において注目する重力勾配雑音はその他に含まれ、雑音の中では低周波に効く雑音である。

第 4 章

流体力学によるパイプの状態の説明

この章では管内 (パイプ) を流れる状態の流体力学的パラメタを説明をする。また、関連する流体力学の基礎知識についても簡単に説明をする。

4.1 レイノルズ数による流体の区別

4.1.1 層流と乱流

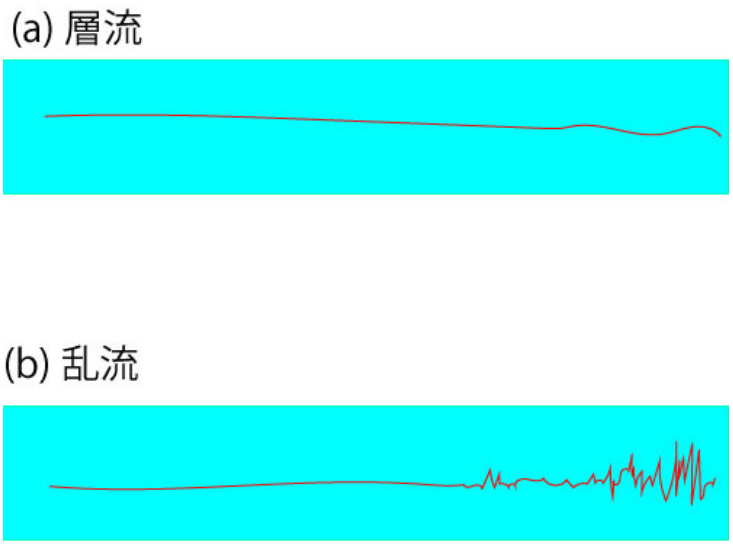


図 4.1 レイノルズの実験 赤い線がアニリン溶液。層流の場合はアニリン溶液の乱れが少なく、乱流においては下流に向かって乱れが大きくなる。

流体は大きく、層流、乱流、(遷移流) に分類される。層流と乱流のイメージとして 1880 年頃に O.Rynolds によって行われた実験を紹介する。Rynolds はガラス管を水平において水槽内の水を流し、そこに入り口からアニリン溶液を注入した。その後、様々な条件を変えて、アニリン溶液の様子を観察した。その結果、管が細く流量が少ないときはアニリン溶液は乱れずにまっすぐ流れた。

しかし、流速を速くしたり内径を大きくするとアニリン溶液は次第に乱れた。この場合、前者が層流を表し、後者が乱流を表している。

4.1.2　レイノルズ数

層流と乱流の区別はレイノルズ数 R_e という無次元量により定まる。レイノルズ数は

$$Re = \frac{vd}{\nu} \tag{4.1}$$

によって定義される [4]。v、d は代表速度、代表長さで、管内では平均流速と内径をとる。ν は流体の動粘度で

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{4.2}$$

で定義される。ここで μ は粘度、ρ は密度である。レイノルズ数 Re の物理的な意味は流体がもつ慣性による力と粘性力との比である [4]。

このレイノルズ数が臨界レイノルズ数 Re_e と呼ばれる値より小さい流れは層流と呼ばれ、大きい場合は乱流と呼ばれる。なお層流から乱流に遷移する間の流れを遷移流と呼ぶ。この臨界レイノルズ数 Re_e は流路形状によって異なる値を持ち、Schiller によると円管内の流れについては

$$Re_e = 2320 \tag{4.3}$$

となっている [5]。本実験においては内径 $L = 0.4\,\mathrm{m}$、速度 0.5〜2 m/s、常温の水の動粘度 $1.004 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$ より $Re = 200000$〜800000 となるので明らかに乱流となる。

4.2　平均速度公式

4.2.1　シェジーの公式

水路が充分に小さい角度 θ で傾いているとき代表速度 V は

$$V = C\sqrt{mi} \tag{4.4}$$

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \tag{4.5}$$

と表せる。これをシェジーの公式という [6]。ここで g は重力加速度、λ は管摩擦係数、m が径深、i がエネルギー勾配 (動水勾配) である。径深とは、流積を管の断面上で水が接している部分の長さで割ったものである。また C をシェジーの係数という。シェジー係数 C にはいくつかの実験公式があり [6] に書かれているものを紹介する。

4.2.2　バザンの公式

$$C = \frac{87}{1 + (p/\sqrt{m})} \tag{4.6}$$

概略の平均速度を求めるのに使用される。ここで p は物質固有の定数である。

4.2.3　ガンギエ-クッターの公式

$$C = \frac{23 + (0.00155/i) + (1/n)}{1\{23 + (0.00155/i)\}(n/\sqrt{m})} \tag{4.7}$$

4.2.4　マニングの公式

$$C = \frac{1}{n} m^{1/6} \tag{4.8}$$

であり式 (4.4) に代入すると

$$V = \frac{1}{n} m^{2/3} i^{1/2} \tag{4.9}$$

である。ここで n は粗度係数呼ばれ、物質固有の値である。本実験ではシミュレーションに粗度係数 n をパラメータとして入力する。粗度係数 n は対象とするパイプはクリモトポリマーが提供しているシングルプレスト $\phi = 400$ というパイプで粗度係数 $n = 0.016$ であることが判明している [3][7]。

4.2.5　ヘーゼン-ウィリアムスの公式

$$V = 0.849 C_1 m^{0.63} i^{0.54} \tag{4.10}$$

この公式は上下水管など大規模の管路や水路において広く用いられる。また C_1 は物質固有の値である。

4.3　管摩擦係数と壁面粗さ

4.3.1　管摩擦係数

流体がパイプを通ることで圧力損失が生じる。その損失を管摩擦損失と呼び、ダルシー・ワイスバッハの式

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{D} \frac{\rho U^2}{2} \tag{4.11}$$

で表せる。ここで l は管長、D は管直径、λ は管摩擦係数、U は平均速度である。
管摩擦係数 λ は式 (4.11) の導出には不可欠だが、状況に応じていくつかの実験公式による定義が存在する。乱流においては管摩擦係数はなめらかな管と、粗い管とに分類される [5]。

なめらかな管においてはブラジウスの式

$$\lambda = 0.3164 Re^{-\frac{1}{4}} \tag{4.12}$$

が一般的に用いられる。このとき管摩擦係数 λ はレイノルズ数 Re の関数となる。ただしこの公式はレイノルズ数が $3 \times 10^3 < Re < 10^5$ の場合においてのみ適用される。

レイノルズ数が $Re > 10^5$ の場合においてはプラントル・カルマンの式

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0 \log_{10}(Re\sqrt{\lambda}) - 0.8 \tag{4.13}$$

が適用される。

次に、管が粗い場合、コールブックの式

$$\frac{1}{\lambda} = -2.0 \log_{10}\left(\frac{e/D}{3.71} \cdot \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}}\right) \tag{4.14}$$

で表せる。ここで e は粗度と呼ばれる管表面の粗さである。また、レイノルズ数が充分に大きい場合にはニクラーゼの式

$$\frac{1}{\lambda} = -2.0 \log_{10}\left(\frac{e}{D}\right) + 1.14 \tag{4.15}$$

が適用できる。なお、層流の場合は

$$\lambda = \frac{64}{Re} \tag{4.16}$$

となる。

4.3.2　壁面粗さ

壁面粗さ R_a は壁面の平均の高さが 0 として

$$R_a = \frac{1}{2l} \int_{-l}^{l} |f(x)| dx \tag{4.17}$$

と定義される。l は壁面の長さである。本論文において注目しているパイプの壁面粗さは $R_a = 1.6\text{mm}$ となる [3]。

4.4　ベルヌーイの定理

理想流体で 1 次元流れの場合、ベルヌーイの定理

$$\frac{v^2}{2g} + z + \frac{p}{\gamma} = const \tag{4.18}$$

が成り立つ。g は重力加速度、p は圧力、$\gamma = \rho g$ である。第一項は運動エネルギーを表し、速度ヘッドと呼ばれる。第 2 項は位置エネルギーを示し、位置ヘッドと呼ばれる。第 3 項は圧力ヘッドと呼ばれる。簡単には流体のエネルギー保存式である。

出口付近では圧力が小さくなるのでベルヌーイの定理より流速が早くなることが知られている。これを出口損失という。本実験においては出口損失の影響を入れないようにするためにパイプの出口付近を計算に入れないようにしている。

4.5　常流、射流

水路が傾いているなどしてエネルギーが保存されないとき、エネルギー損失を H_o としてベルヌーイの定理は

$$H_o = \frac{v^2}{2g} + z + \frac{p}{\gamma} \tag{4.19}$$

$$= \frac{v^2}{2g} + h \tag{4.20}$$

となる [6]。このとき h は水深である。このとき「単位幅流量が一定のとき、水路底面よりはかった全ヘッド H_o が最小になる水深」を限界水深 h_c といい

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}, H_{omin} = \frac{3}{2}h_c \tag{4.21}$$

となる [6]。q=流量/水路幅である。このとき h_c より深い流れを常流といい、浅い流れを射流という。物理的な意味なイメージは、常流は流速が波の伝搬速度よりも遅い場合で波の影響が下流から上流方面に伝わるような状態である。射流は逆に流速が速く、波の伝搬速度を越えるので上流側への影響がないというイメージである。また、常流と射流の区別は次のいずれかの式を満足すれば判定できる。

$$\text{常流 :} h > \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}, h > \frac{2}{3}H_o, \frac{V}{\sqrt{gh}} < 1 \tag{4.22}$$

$$\text{射流 :} h < \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}, h < \frac{2}{3}H_o, \frac{V}{\sqrt{gh}} > 1 \tag{4.23}$$

ここで $\frac{V}{\sqrt{gh}}$ はフルード数と呼ばれる。フルード数は重力による水流への影響を示し、自由表面付近のフルード数が同じであれば相似な流れとしてよい。

4.6　助走区間

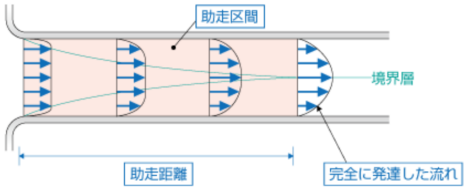


図 4.2　助走区間 [8] より

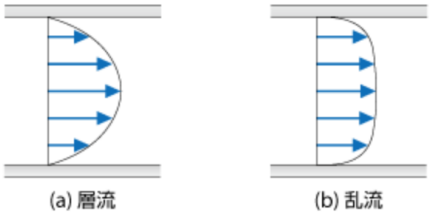


図 4.3　充分に発達した流れにおける速度分布 [8]

タンクから管へ流体が流入する場合、壁面近くでは粘性力が働くので速度が遅くなる。速度が遅くなる範囲は次第に大きくなり管中心に到達するが、ある時間で速度分布が落ち着く。この状態になるまでの距離を助走区間と呼び、その長さを助走距離 l_0 と呼ぶ。助走距離は乱流と層流で異なる式があり

$$\text{層流}: l_0 = 0.065 * Re * d\,(\text{ブジネの理論}, 1891)(\text{二クラゼの実験}, 1922) \tag{4.24}$$

$$\text{乱流}: l_0 = 20 * d\,(\text{ラツコの理論}, 1921) \tag{4.25}$$

$$= (25\ 40) * d\,(\text{二クラゼの実験}, 1927) \tag{4.26}$$

となる [5]。Re はレイノルズ数、d は内径である。先行研究ではパイプが 3km と長く続くものでその終端付近にミラーがあることが想定されていたため、助走距離を考慮していた。しかし実際のパイプは yend(ミラーのある部屋) で曲がっていたことが判明した (6 章参考) ので本実験においては助走距離を考慮していない。

4.7　プラントルの壁法則

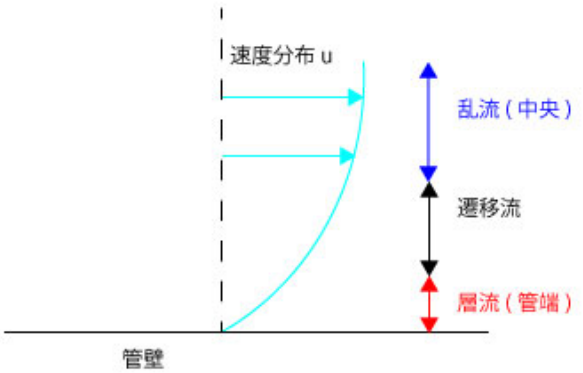


図 4.4　プラントルの壁法則によるパイプ壁面から中央への流れの分布

管内においては乱流であっても壁付近では粘性応力が働き、層流として扱える。このとき壁面近くの速度の代表速度として摩擦速度 U^* を流体の密度 ρ を用いて

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}(\mathrm{m/s}) \tag{4.27}$$

と表せる [9]。さらに速度分布 u, 壁面からの距離 y, 動粘度 ν として無次元量 $\frac{u}{U^*}$ は

$$\frac{u}{U^*} = f\left(\frac{U^* y}{\nu}\right) \tag{4.28}$$

と表せる。これをプラントルの壁法則と呼ぶ。これは壁面近傍において有効なな法則である。無次元距離 $\frac{U^* y}{\nu}$ に対して

$$\text{層流} - 0 < \frac{U^* y}{\nu} < 4 \tag{4.29}$$

$$\text{遷移流} - 4 < \frac{U^* y}{\nu} < 30\text{〜}70 \tag{4.30}$$

$$\text{乱流} - 30\text{〜}70 < \frac{U^* y}{\nu} \tag{4.31}$$

となる。

第 5 章

地下水が作る重力勾配雑音の定式化

5.1　先行研究 西澤-chen モデル

5.1.1　西澤-chen モデルにおける雑音の推定

先行研究である西澤-chen モデルについて説明する。西澤-chen モデルとは、水による重力勾配雑音を理論モデルを用いて計算したものである。また、本論文は西澤-chen モデルにおいて使われている式を用いて雑音を計算している。この理論では 2 つのモデルを想定している。モデル 1 はメッシュごとに水面が変動するようなモデルである。モデル 2 は波の位相速度が一定、乱流が一様であるという条件でコルモゴロフのスケーリング法則を用いることで感度スペクトルを導いたものである。水面の概形としては波が同じ形を保って水面を移動するものとなっている (図 5.1)。2 つのモデルの雑音の評価は図 5.2 となっている。

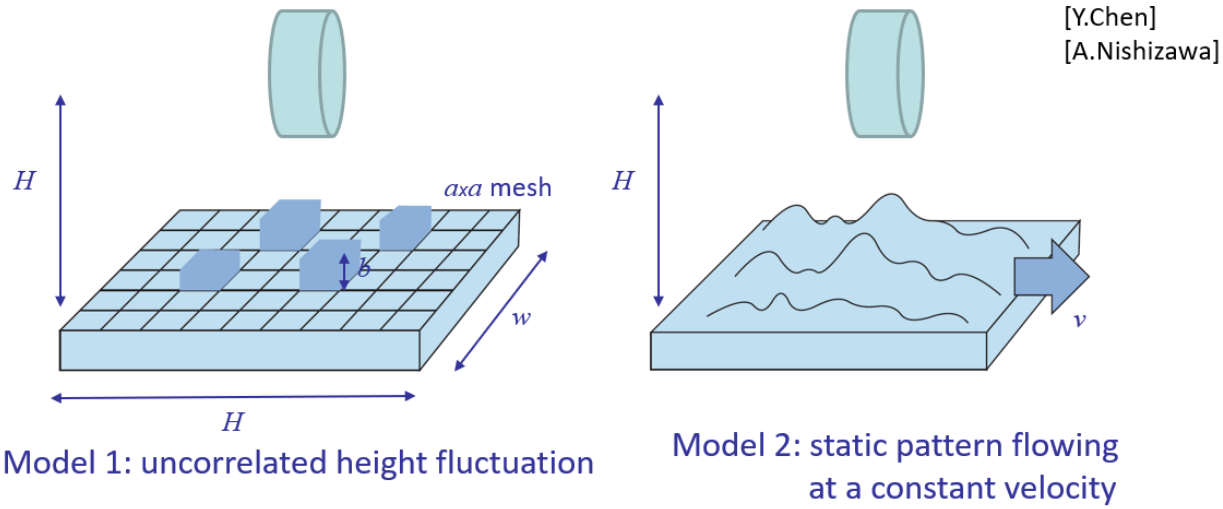


図 5.1　西澤-chen モデルの二つのモデル [10]

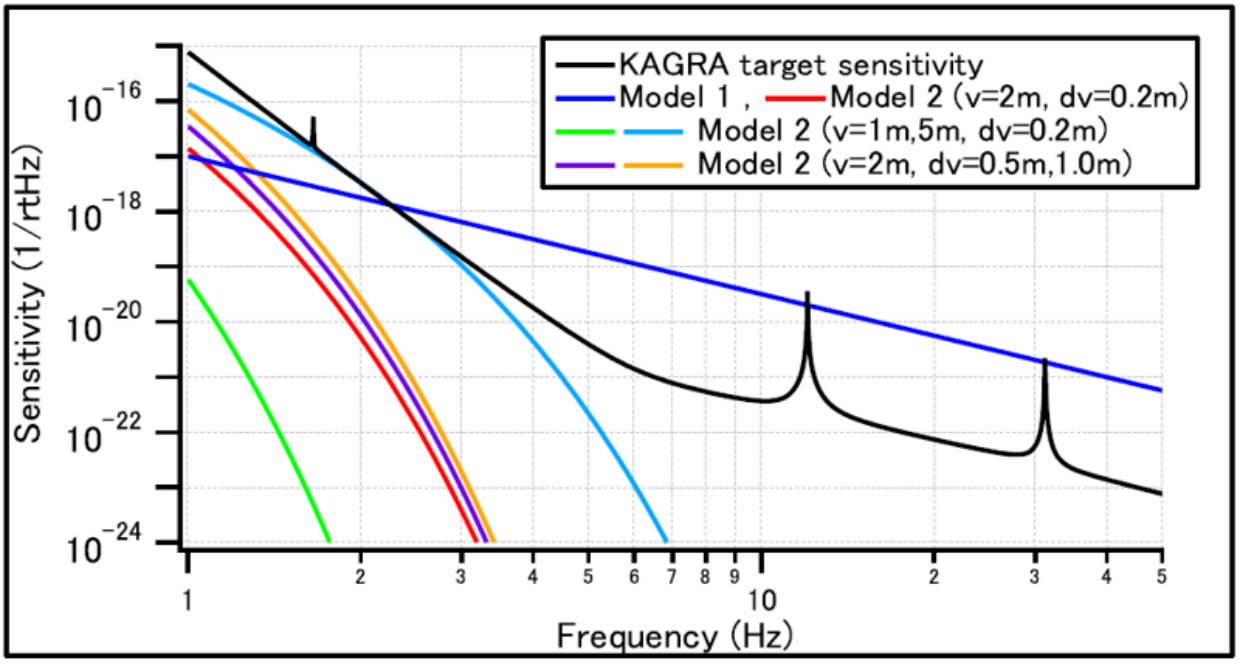


図 5.2　西澤-chen モデルの評価 [10]

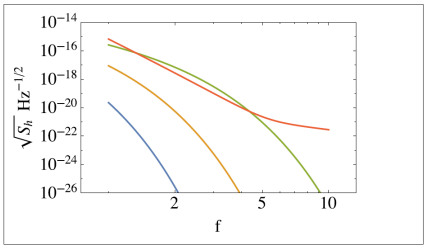


図 5.3　モデル 2 の各流速による雑音 [3] $v = 1\,\mathrm{m/s}$(青)、$v = 2\,\mathrm{m/s}$(オレンジ)、$v = 5\,\mathrm{m/s}$(緑)、KAGRAsensitivity(黒)

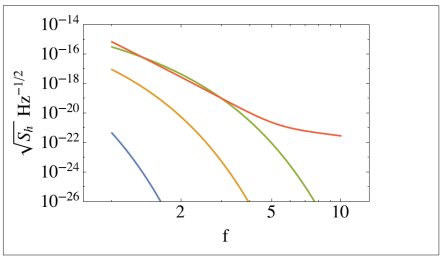


図 5.4　モデル 2 の各 D(ミラーとパイプの距離) の雑音 [3]　$D = 1\,\mathrm{m}$(緑)、$D = 2\,\mathrm{m}$(オレンジ)、$v = 5\,\mathrm{m}$(青)、KAGRAsensitivity(黒)

5.1.2　重力勾配雑音の定式化

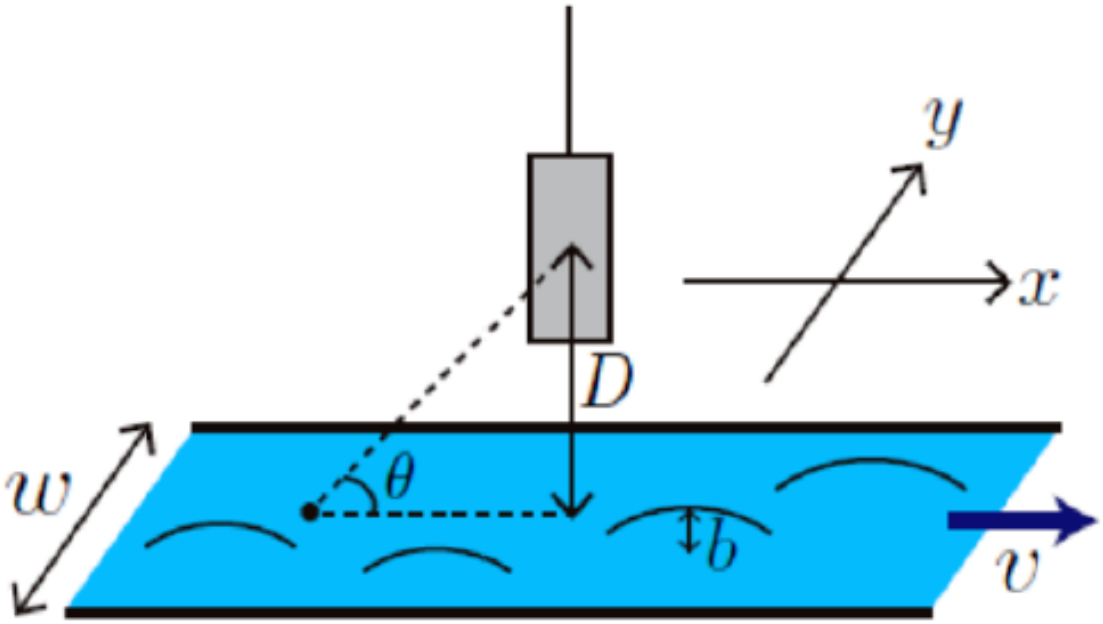


図 5.5　ミラーに対するパイプ (水路) の略図 [3]

以下に示す式は西澤モデルにおいて図 5.5 の状況において定式化されたものである。G が万有引力定数 $b(x,y,t)$ は水面の時間空間平均からの変動を示す。式 5.3、5.4 における近似は進行方向 x が y 方向に比べて充分に大きい場合における近似であり、本論文では x を有限の短い距離にとるので近似は行わず式 5.2 を用いて計算を行った。なお進行方向の揺れによる雑音の式となる。

$$a = \int\int \frac{G\rho b(x,y,t)\cos\theta}{D^2+x^2+y^2}dxdy \tag{5.1}$$

$$= G\rho \int\int \frac{b(x,y,t)x}{(D^2+x^2+y^2)^{3/2}}dxdy \tag{5.2}$$

$$= -G\rho \int\int \frac{\partial b(x,t)}{\partial x}\frac{1}{(D^2+x^2+y^2)^{1/2}}dxdy \tag{5.3}$$

$$\approx -G\omega\rho \int \frac{\partial b(x,t)}{\partial x}\frac{1}{(D^2+x^2)^{1/2}}dx \tag{5.4}$$

a のフーリエ変換を $\tilde{a}(\Omega)$、パワースペクトルを S_a としてひずみ感度の次元に直したものを S_h とすれば

$$< \tilde{a}(\Omega)\tilde{a}(\Omega') > = S_a\delta(\Omega-\Omega') \tag{5.5}$$

$$\sqrt{S_h} = \frac{1}{L\Omega^2}\sqrt{S_a} \tag{5.6}$$

となり雑音を KAGRA の感度と比較することができる。

5.2　先行研究 井上卒論

宗宮研究室の先輩である井上崇氏による卒業論文が先行研究としてある ([3])。本論文はこの研究に多くの着想を得ている。井上卒論においては AutodeskCFD というソフトを用いてシミュレーションを行っており、さらに y=0 の地点においてのみ雑音の計算を行っている。液面の高さは手動により抽出している。図 5.6 がその結果である。

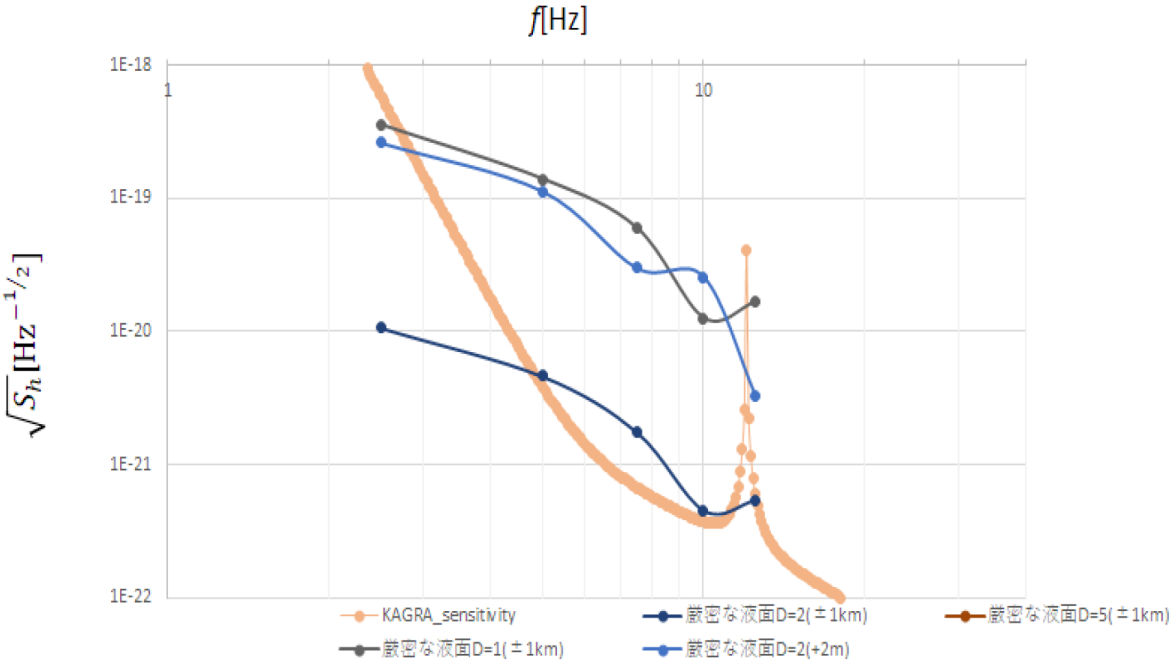


図 5.6　井上氏の卒論ではパイプは 20 m で設計し、13〜15 m の間の水面の変化が繰り返されると仮定して −6 m − 6 m の範囲で積分を行っている。3 Hz より高周波側で KAGRA の感度を制限するという結果が出ている。$D = 5$ m においては結果が 0 となっている。

5.3　先行研究 LiuYuting 氏のシミュレーション

宗宮研究室の先輩である LiuYuting 氏は Flow-3D を用いてシミュレーションを行っている。Liu 氏は西澤-chen モデルの式 (5.4) を採用して計算をしている。パイプの長さは 100 m、シミュレーション時間はさらに、y=0 における x 方向全てを水面として取得している。図 5.7 が Liu 氏のシミュレーションによる雑音の評価である。100Hz まで有効な結果が出ている。Liu 氏のシミュレーション条件においては KAGRA の感度を制限しておらず、またスペクトルは西澤-chen モデルのモデル 2 に近いものとなっている。

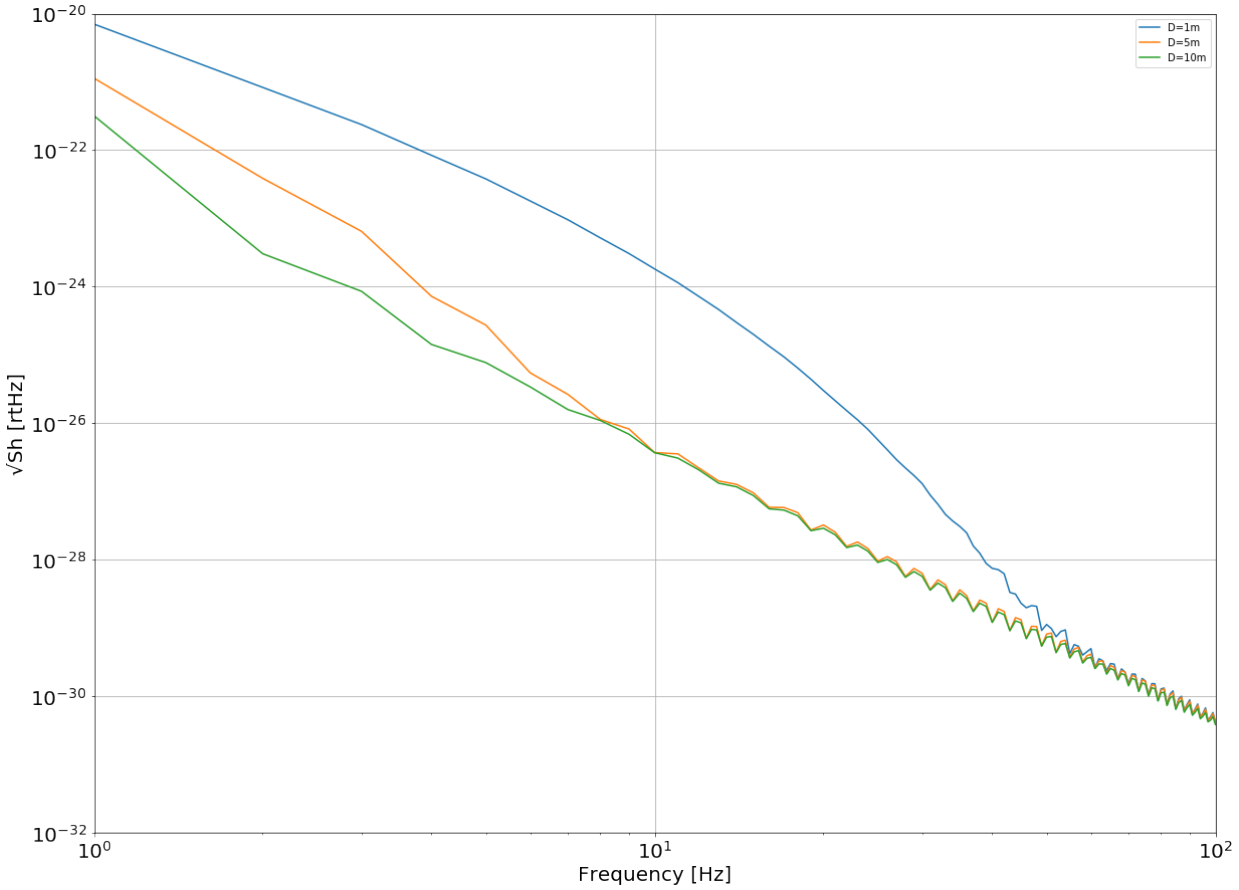


図 5.7　Liu 氏のシミュレーション

第 6 章

パイプの設計・環境の設定

6.1　現在の KAGRA のパイプの状況

6.1.1　パイプの全体図

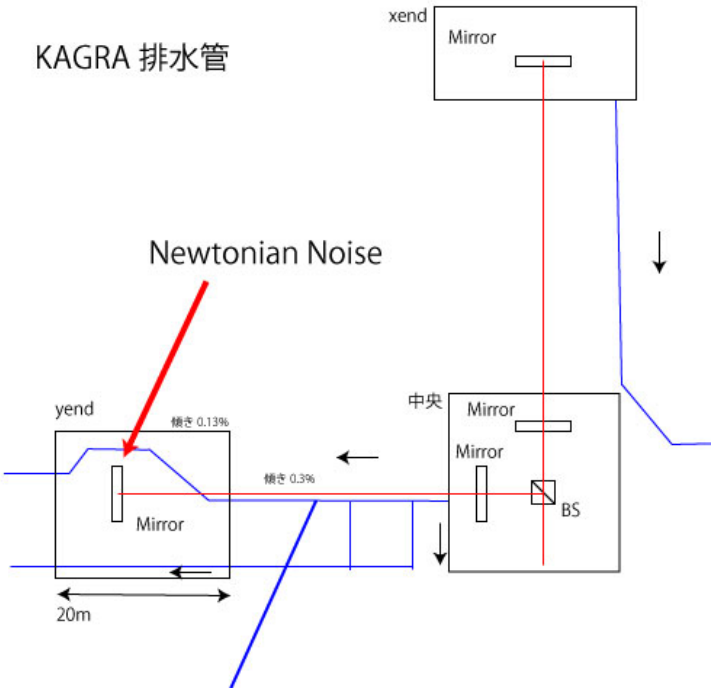


図 6.1　現在の KAGRA のパイプの配置　KAGRA を上から見た図で青い線がパイプの位置を表している

現在 KAGRA には図 6.1 のようにパイプがある。本論文で注目するのは yend と呼ばれる場所の鏡である。この部分はパイプ (中央排水管) と鏡が近い位置にあるためパイプ中の水面の変化による重力勾配雑音が KAGRA の感度に対して問題になる可能性がある。シミュレーションにおいてもこの yend の鏡とパイプの位置を再現している。

y 方向のパイプの傾斜は yend に入る直前までは 0.3 %、yend 内では 0.13 %となっている。なお、yend に向かう途中で 3 回強制排水管と呼ばれるパイプ (図 6.1 では下側のパイプ、実際には 3 本のパイプに分かれている) で水を中央排水管から一定量抜いている。



図 6.2　y アームに沿う強制排水管



図 6.3　yend 内の強制排水管

6.1.2　yend におけるパイプの位置関係

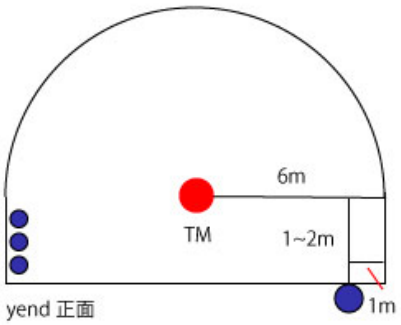


図 6.4　yend において鏡とパイプの位置関係図

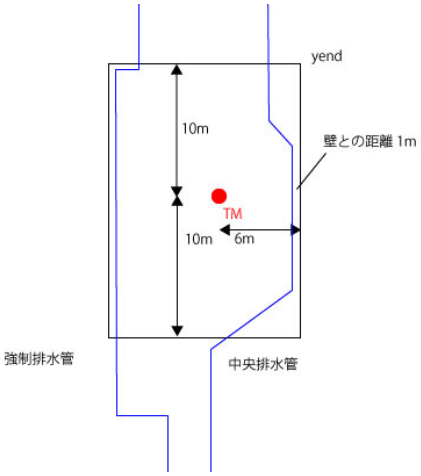


図 6.5　yend を上から見た時の配管の配置

図 6.4 は yend をパイプの進行方向から見た図である鏡は部屋の中心にあり、壁との距離は 5 m となっている。パイプは床下 0.2 m の位置に埋まっており壁との距離は 1 m となっている。また、床と鏡の距離は 2 m となっている。



図 6.6　yend 内の様子 床の下に中央排水管が通っている　中央のクリーンルーム内にミラーが設置されている

6.2　シミュレーションで使用するパイプの設計

6.2.1　使用するソフト

Flow science 社の Flow-3D(https://www.flow3d.co.jp/products/flow-3d/index.htm) というソフトを用いてパイプを設計し、流体シミュレーションを行った。

6.2.2　パイプの概形

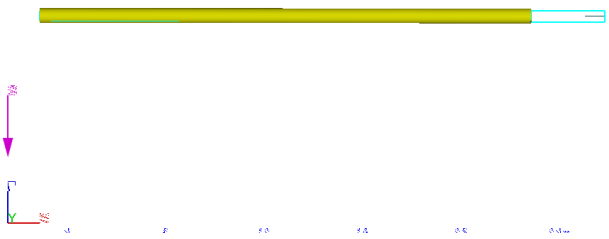


図 6.7　パイプの概形　黄色い部分がパイプ本体である

図 6.7 のようなパイプを設計した。パイプのパラメータは図 6.8、6.9、6.10 のように設定した。x 方向が進行方向で y-z 平面がパイプの断面となる。-z 方向に地球の重力加速度を設定する (傾斜 0 の場合)。長さ 20 m、外半径 0.3 m、内半径 0.2 m、壁面粗さ 1.6 mm、粗度係数 0.016 である (4 章参照)。

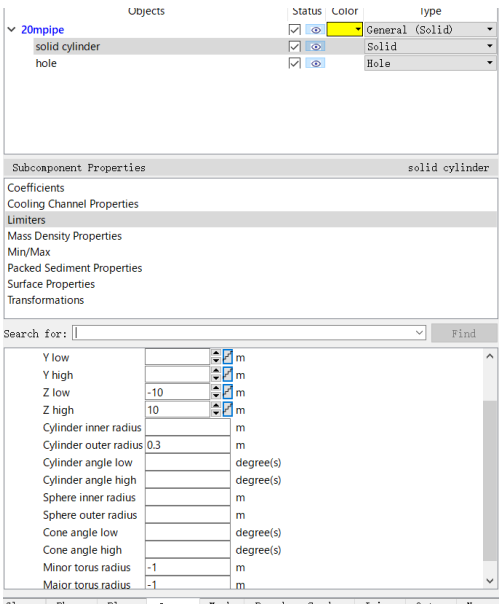


図 6.8　パイプの外径を 0.3 m、長さを 20 m と設定した

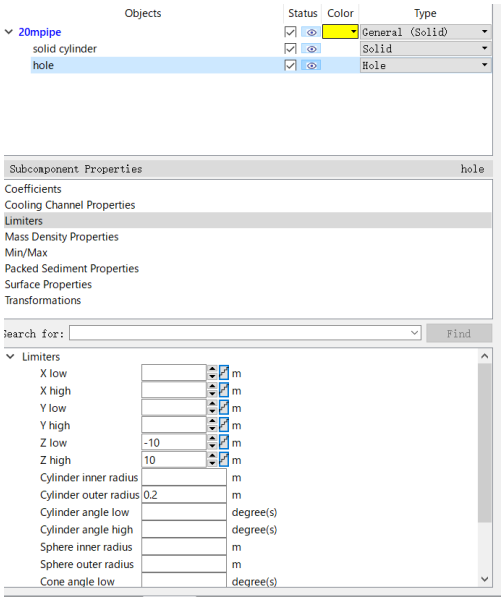


図 6.9　パイプ内の Hole の設定　パイプの内径を 0.2 m、長さを 20 m とした



図 6.10　パイプ表面の壁面粗さと粗度係数の設定

6.2.3　パイプの傾斜

重力加速度の成分を設定してパイプに傾斜を作る。傾斜 0 のまっすぐなパイプの-z 方向を重力加速度の向きだとしてそこから傾斜を作る。yend 内では傾斜は 0.13 %だが yend 前の長距離においてパイプの傾斜が 0.3 %であるため本論文では傾斜 0.3 %と設定した。図 6.11 は Flow-3D での重力加速度の成分の設定画面である。

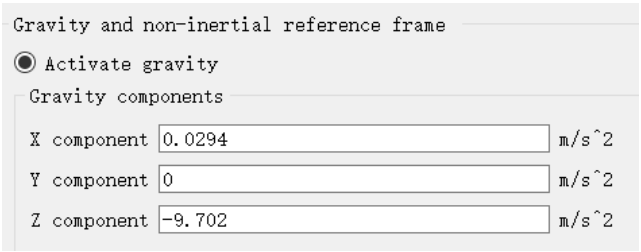


図 6.11　重力加速度の成分の設定

6.3　メッシュの設定

Mesh1 はパイプ内部全体に設定されたメッシュで 0.4 m × 0.4 m × 20 m の直方体でパイプを覆うように設定されている。メッシュの粗さは 0.02 m で 0.02 m の立方体で構成されている。Mesh2 はパイプの出口に設定されていている。

6.4　境界条件

Mesh1 の境界条件は Xmin で速度 (初速度) と流量を設定し、Xmax を outflow にしてそのまま水を流している (図 6.12)。Xmin での設定がこのパイプの水の流量を決定している。本論文においては初速度 $V = 0.5\,\mathrm{m/s}$、$0.8\,\mathrm{m/s}$、$1.2\,\mathrm{m/s}$、$2.0\,\mathrm{m/s}$ を設定し、さらに流入面積を断面積の 100 %、50 %、40 %、30 %、20 %、10 %と設定している。Mesh2 の境界条件は Xmin、Xmax、Zmin を outflow にして水がパイプから自然に流れる様にしている (図 6.13)。

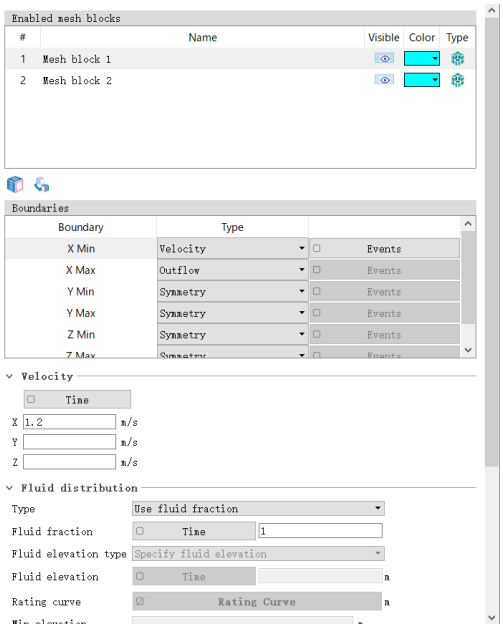


図 6.12　Mesh1 の境界条件の設定

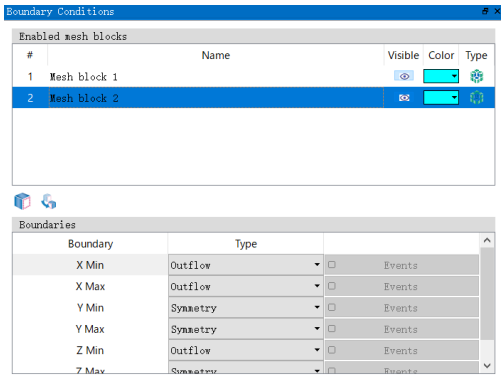


図 6.13　Mesh2 の境界条件の設定

6.5　外部環境

図 6.14 は気圧、温度、シミュレーション時間の設定画面である。のシミュレーションでは全て 1 気圧、20 ℃でシミュレーションを行っている。

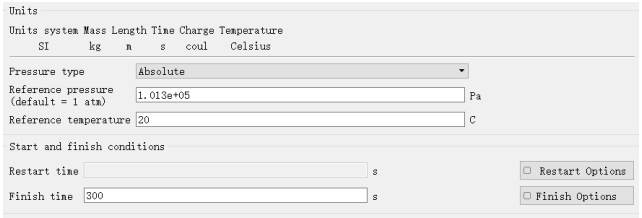


図 6.14　外部環境の設定

6.6　シミュレーション条件まとめ

表 6.1　行ったシミュレーションの条件と流量　初期条件における流量を示す。流量の値が入力されている条件でシミュレーションを行った。縦は断面積に対する倍率、横は初速度。なお流量はパイプの位置によって変化するため、地点によってはこの表通りの流量とはならない。本実験では初期流量を単に流量と表記する。

m^3/s	2.0 m/s	1.2 m/s	0.8 m/s	0.5 m/s
1	0.251	0.151	0.101	0.0628
0.5		0.0754	0.0503	0.0314
0.4			0.0402	
0.3			0.0302	
0.2		0.0302	0.0201	0.0125
0.1			0.0101	

6.7　実際の水量

KAGRA は岐阜県神岡の山中の地下 300m に建設されている。このため冬に積もった雪がとけ地下水として染み出す春先において排出する水の流量が増える。他にも梅雨の時期など多く雨が続くとその水が地下水となって KAGRA へと染み出す。

KAGRA では yend 内のパイプの総排水量が記録されている。その記録によると雪解けの 3、4 月の流量が 1 番多く、800 t/h となっている。他の季節では少ない月は 30 t/h が下限となっており、梅雨など雨の多い月は流量が多く、200 t/h〜400 t/h となっている。

表 6.2　表 6.1 の流量の単位を t/h に変更した

t/h	2.0 m/s	1.2 m/s	0.8 m/s	0.5 m/s
1	904	544	364	226
0.5		271	181	113
0.4			145	
0.3			109	
0.2		109	72.4	45.0
0.1			36.4	

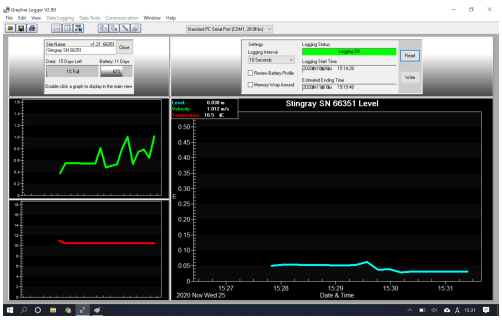


図 6.15　排水路における水量をポータブル流量計で測定したもの



図 6.16　ポータブル流量計設置の様子 (yend 先の排水路)

KAGRA のパイプ 1 本ごとには流量計は未だ本設置されていない。そこでパイプ 1 本あたりの流量を簡易水量系などで計測する必要がある。図 6.16 は筆者が KAGRA に訪問しデモ機を設置をした写真である。計測された値をシミュレーションの初期条件とすることでより精度の高いシミュレーションを行うことが。

第 7 章

データの解析方法・重力勾配雑音の導出

7.1　Flow-3D におけるデータの抽出

7.1.1　抽出するデータ

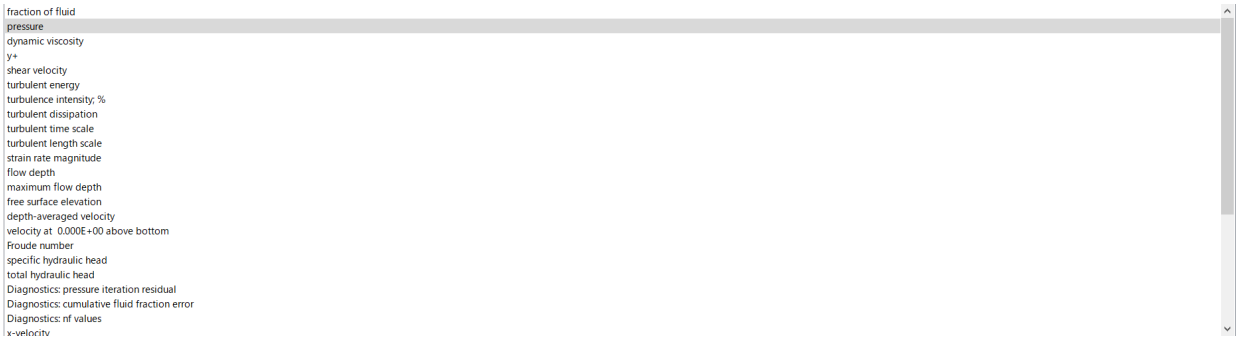


図 7.1　flow-3D で抽出できるデータ 1

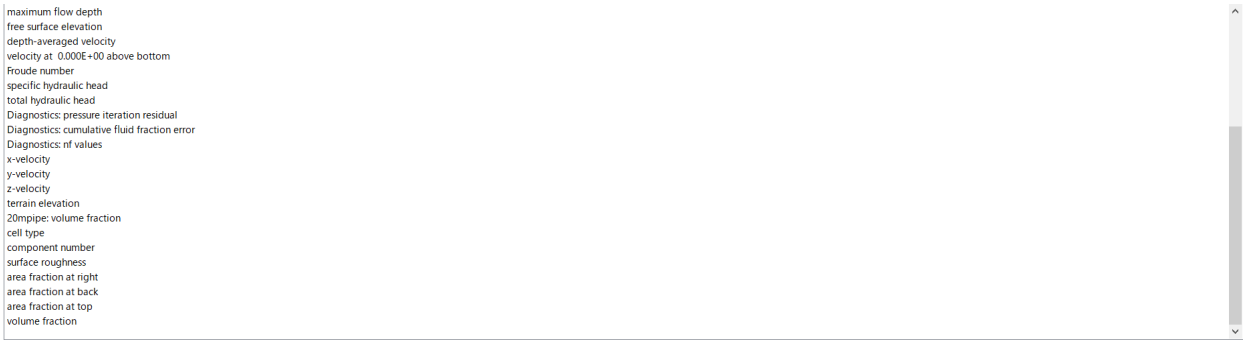


図 7.2　flow-3D で抽出できるデータ 2

図 7.1、7.2 は flow-3D で抽出できるデータの種類の一覧である。この中の”flow depth”のデータを取得して水面の変動を計算にインプットする。また、Flow-3D では様々な形態でデータを抽出することができる。その中で 1-D、2-D、3-D、TextOutput について説明する。

7.1.2　1-D

1-D とは、1-dimension のことである。よって指定した直線上のデータを抽出することができる。出力はプロットされグラフとして見ることができる。

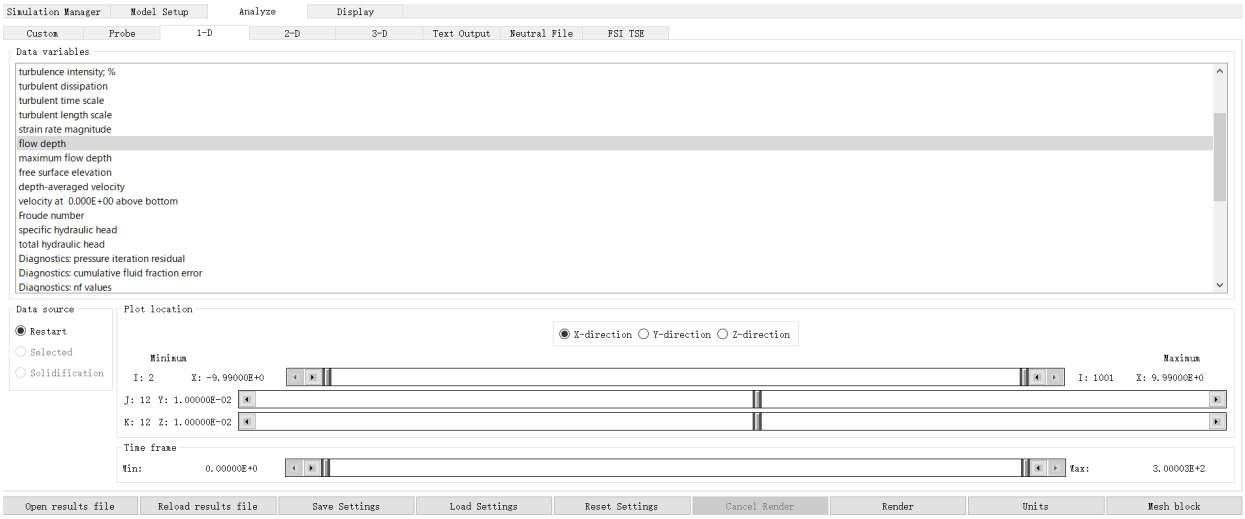


図 7.3　1-D においてデータを取る線分の設定

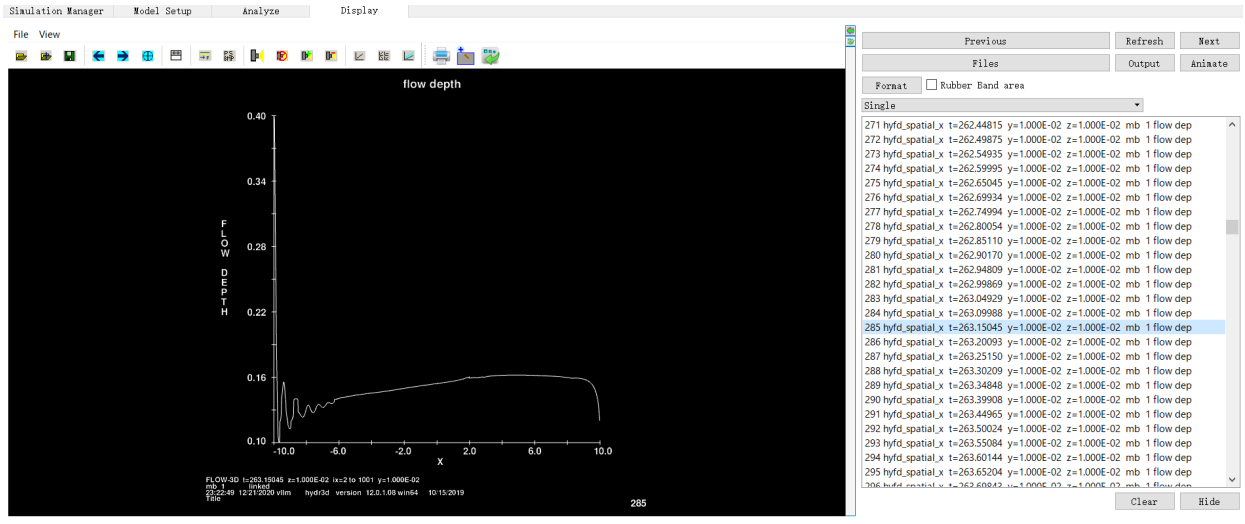


図 7.4　1-D で設定した線分上の flow depth の値

7.1.3　2-D

2-D では平面を設定してその平面上のデータを抽出することができる。

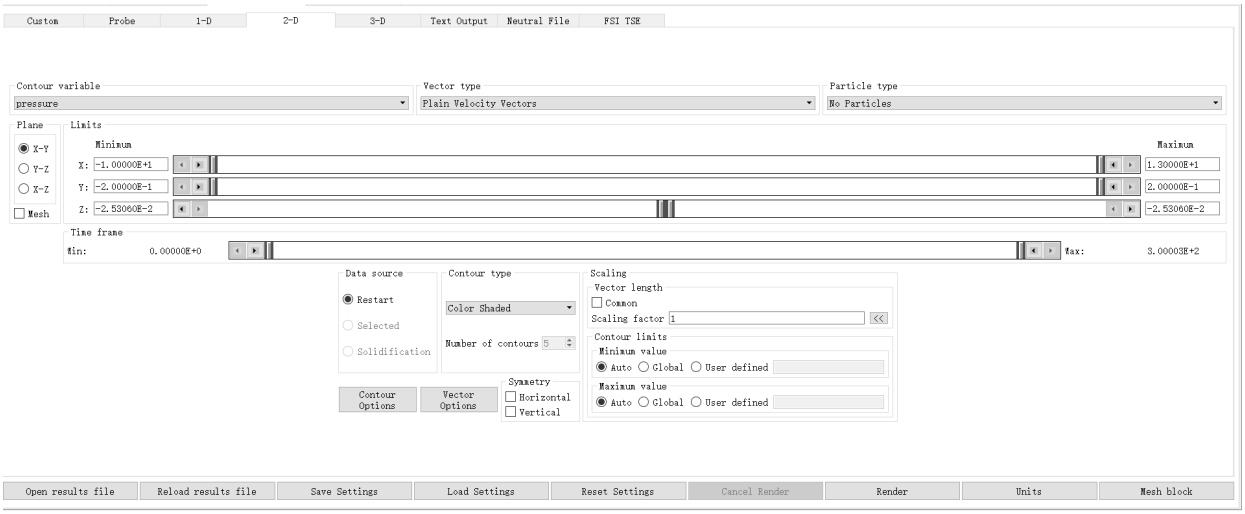


図 7.5　2-D においてデータを取る平面の設定

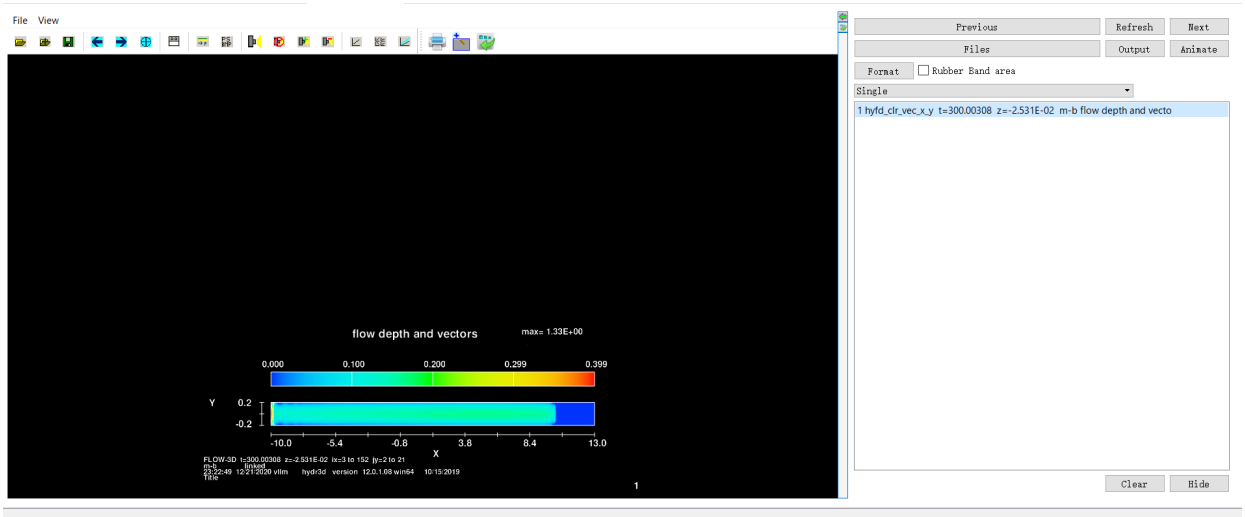


図 7.6　2-D で設定した平面上の flow depth の値

7.1.4　3-D

3-D はデータを取る範囲を 3 次元的に設定することができる。

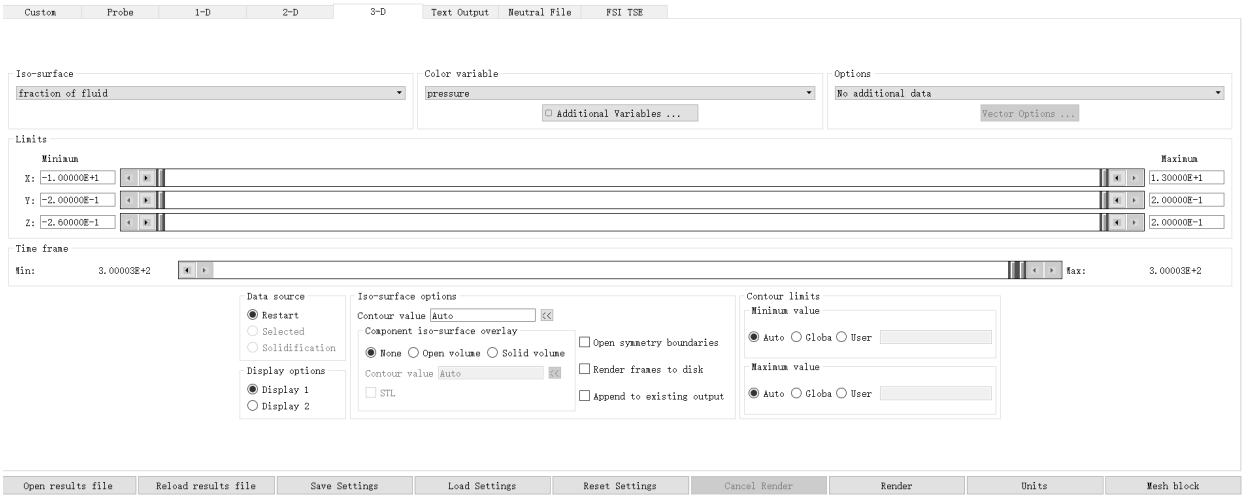


図 7.7　3-D においてデータを取る空間の設定

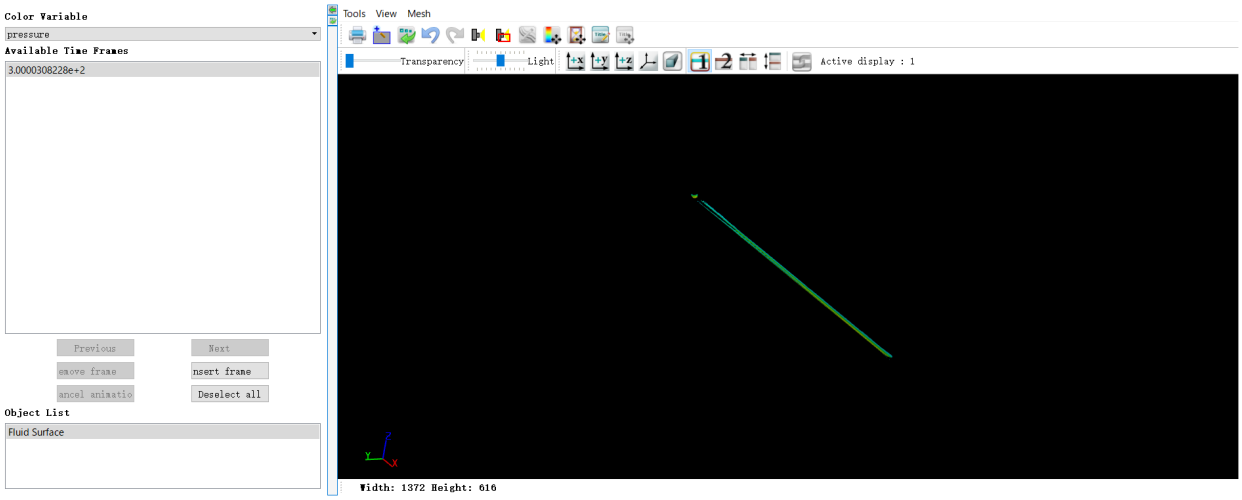


図 7.8　3-D で設定した空間の flow depth の値　なお flow depth は z によらない値となるので 3-D ではうまく表せていない。

7.1.5　TextOutput

TextOutput はデータを取る範囲は 3-D のように設定できるが、出力をプロットではなくテキストデータとして出力する方法である。

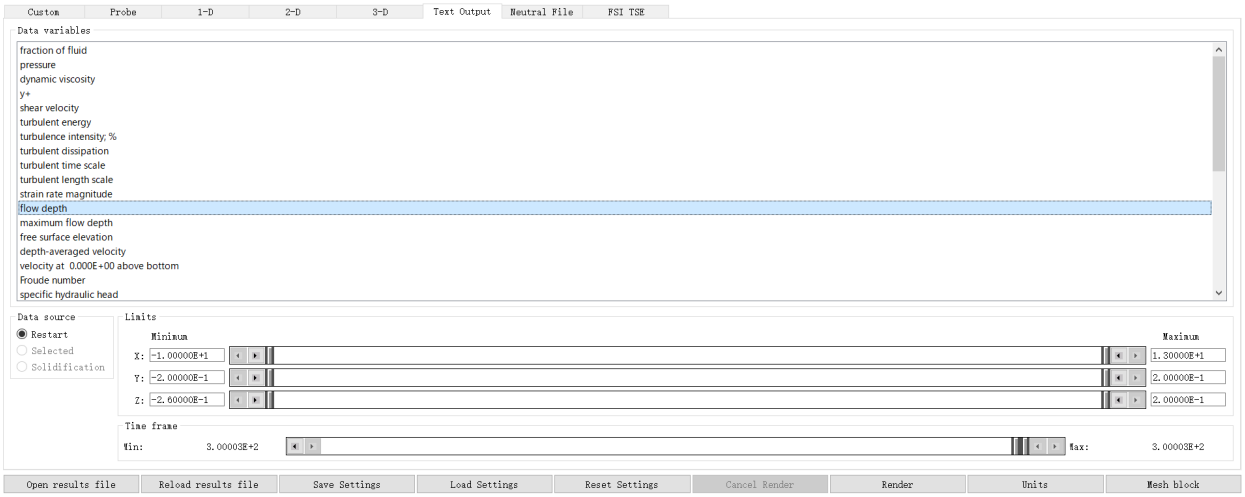


図 7.9　TextOutput においてデータを取る空間の設定

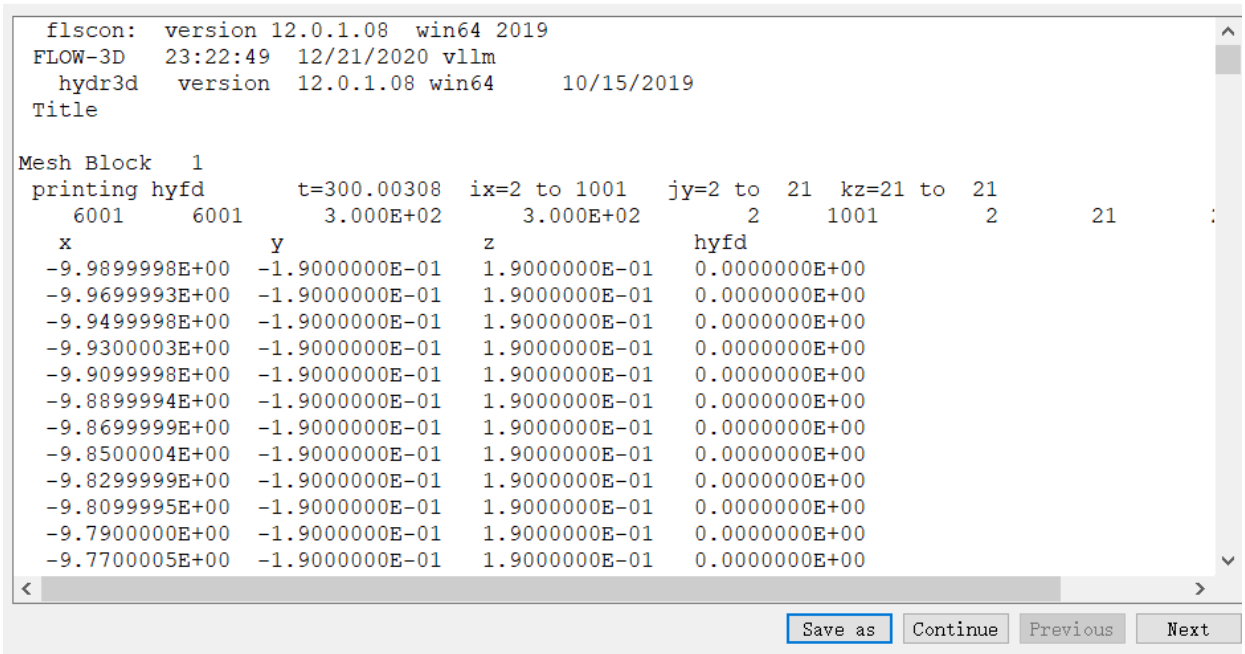


図 7.10　TextOutput による出力　各メッシュにおいての flow depth の値が数値データとして取得できる。

7.1.6　Flow-sight による流水の可視化

Flow science 社の Flowsight というソフトを使用すると Flow3D で得られた結果の時間経過を 3 次元的に視覚化することができる。

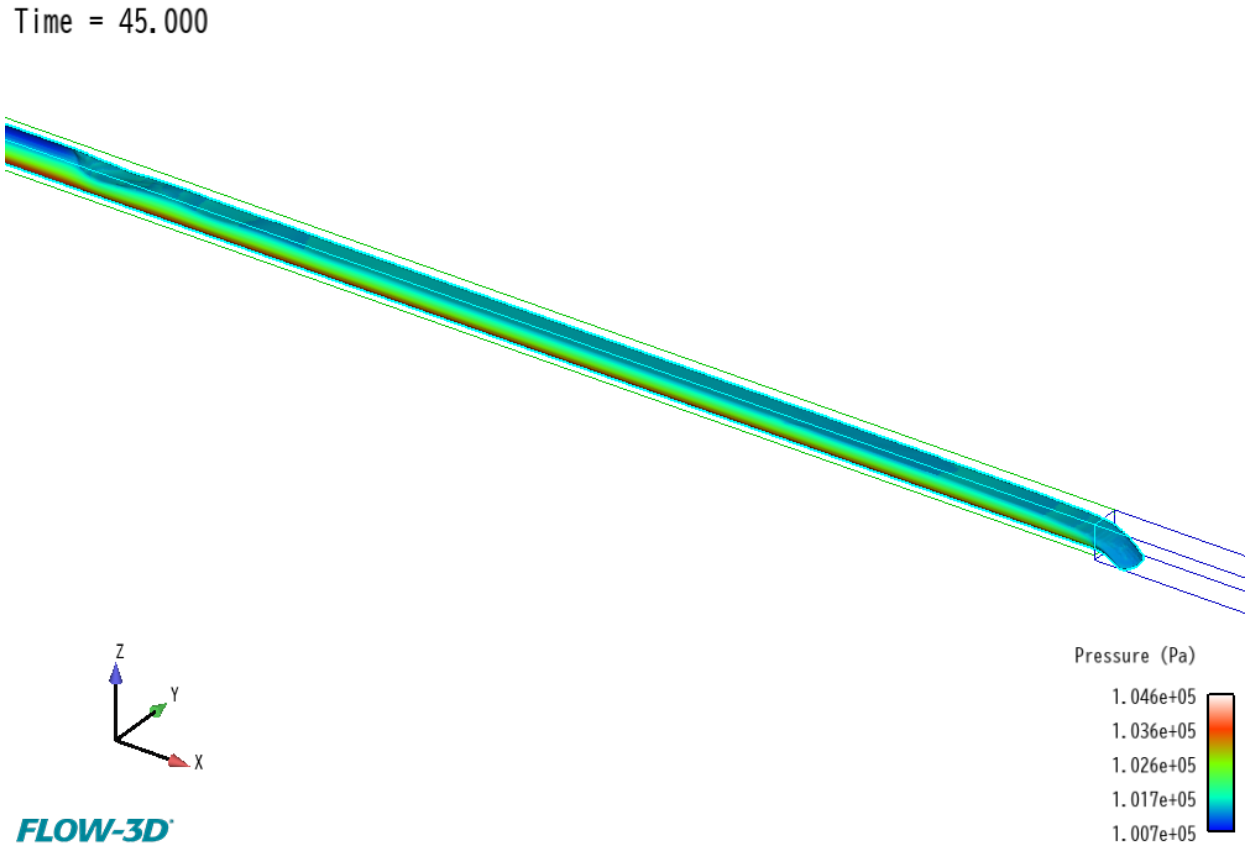


図 7.11　flowsight による水面の可視化

7.2　TextOutput の出力データの構造

データの最初 4 行はデータを取得した日時などの情報が書かれている。後述のプログラムでこのデータを解析するためにはこの最初の 4 行は手動で削除する。

次にデータ部分について説明する。データは 1 行目は空白でデータ 2 行目に「Mesh Block 1」とあり 3,4 行目にメッシュブロック数などの情報、5 行目にデータのラベルがある。6 行目以降が本データである (図 7.13)。この 1 行目が空白,2 5 行目がテキストで 6 行目以降が本データという形式が設定した時間の刻みで Text Output で取った時間分だけ繰り返されている (ex.t=0s のデータ →t=0.05s のデータ →t=0.1s のデータ...) 図 7.15 参照。

```
 flscon:  version 12.0.1.08  win64 2019
FLOW-3D   01:20:36  11/27/2020 gyvr
  hydr3d   version  12.0.1.08 win64     10/15/2019
Title

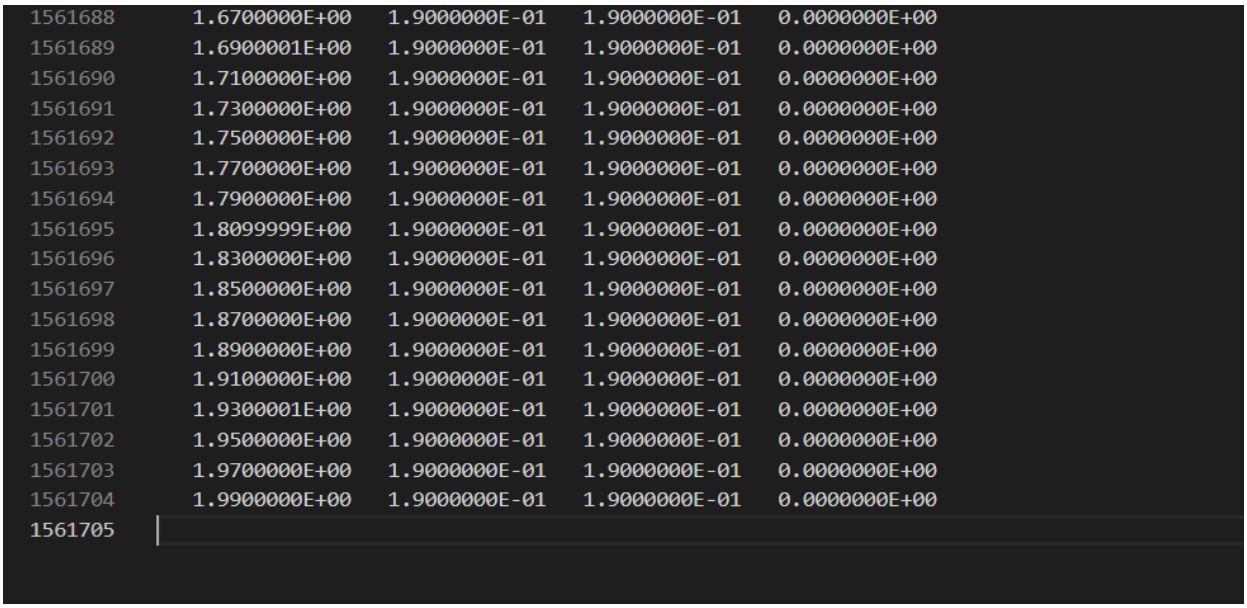
Mesh Block   1
 printing hyfd       t=25.649988  ix=401 to  601   jy=2 to  21  kz=21 to  21
    514      514      2.565E+01      2.565E+01      401      601        2       21       21       21
  x                y                z                hyfd
 -2.0100000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.9900000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.9700000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.9500000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.9300001E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.9100000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.8900000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.8700000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.8500000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.8300000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.8099999E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.7900000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.7700000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.7500000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.7300000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.7100000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.6900001E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.6700000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
 -1.6500000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
```

図 7.12　TextOutput により出力されたデータの冒頭

```
4022      1.8500000E+00   1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4023      1.8700000E+00   1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4024      1.8900000E+00   1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4025      1.9100000E+00   1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4026      1.9300001E+00   1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4027      1.9500000E+00   1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4028      1.9700000E+00   1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4029      1.9900000E+00   1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4030
4031   Mesh Block   1
4032    printing hyfd       t=25.699978  ix=401 to  601   jy=2 to  21  kz=21 to  21
4033       515      515      2.570E+01      2.570E+01      401      601        2       21       21       21
4034     x                y                z                hyfd
4035    -2.0100000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4036    -1.9900000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4037    -1.9700000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4038    -1.9500000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4039    -1.9300001E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
4040    -1.9100000E+00  -1.9000000E-01   1.9000000E-01   0.0000000E+00
```

図 7.13　TextOutput により出力されたデータの時間事の区切り部分

本データは左から 1 列目が x 座標、2 列目が y 座標、3 列目が z 座標、4 列目が flow depth(hyfd) となっている。本データの形式は、まず y 座標を固定して設定した x 座標の範囲 (刻みはメッシュの大きさによる) ごとの hyfd を表示 → 次の y 座標に移って同じ様に x 座標ごとの hyfd を表示... を繰り返す。なお本実験では flow depth が z 座標に寄らない値のため z 座標は適当な一定値を取っている。



1561688	1.6700000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561689	1.6900001E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561690	1.7100000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561691	1.7300000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561692	1.7500000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561693	1.7700000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561694	1.7900000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561695	1.8099999E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561696	1.8300000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561697	1.8500000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561698	1.8700000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561699	1.8900000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561700	1.9100000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561701	1.9300001E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561702	1.9500000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561703	1.9700000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561704	1.9900000E+00	1.9000000E-01	1.9000000E-01	0.0000000E+00
1561705				

図 7.14　TextOutput により出力されたデータの末尾

テキストデータの末尾には空白があるが後述のプログラムでこのデータを解析するためにはこの行を手動で削除する。



図 7.15　テキストデータの略図

7.3　重力勾配雑音導出のプログラム (MATLAB)

Text Output で得られたテキストデータを以下のプログラムで呼みこんで重力勾配雑音を計算する。プログラムは MathWorks 社の MATLAB 上で実行できるように書いた。

7.3.1　時間空間平均

時間空間平均を取る場合のプログラムを例として説明する。空間平均, 時間平均を取るプログラムについてはされている部分を説明する。

図 7.16 について説明する。1〜5 行目は定数を定義している。G は万有引力定数、rho は水の

```
1 -  G=6.67408/100000000000; %万有引力定数
2 -  rho=1000; %水の密度
3 -  Alldatalen=1561700;%(テキストの行数を手動入力)
4 -  r=0.2;%パイプの半径(手動入力)
5 -  cellsize=0.02^2;%cellの大きさ(面積)
6
7    %データ自体の個数cを求める。(ある時間のデータを1個とする)
8 -  text=fileread('waternoise.txt');%ファイルをテキストとして読む
9 -  expr = '[^¥n]*Mesh Block   1[^¥n]*';%検索するワードの定義
10 - matches = regexp(text,expr,'match');%検索したワードが配列に格納
11 - c=numel(matches);%配列の要素数を数える(検索したワードの数)
12
13 - datalen=(Alldatalen/c)-5;%ある時間における生データの長さ
14 - opts = detectImportOptions('waternoise.txt'); %インポートオプションの設定
15
16   %データを取るxの長さ(L)を求める
17 - opts.DataLines = [6 (datalen+5)]; %データ範囲の指定
18 - opts.VariableNames = {'x','y','z','hyfd'};%変数の命名
19 - T0 = readtable('waternoise.txt',opts); %データのtableの作成
20 - T=table2array(T0);%tableを配列に変換
21   %変数を配列に格納
22 - x=T(:,1);
23 - L=x(end,1)-x(1,1);%データxの最後から最初を引く
24
```

図 7.16　重力勾配雑音導出のプログラム 1

密度、alldatalen は取り込むテキストデータの行数である、この値は行数を確認して手動入力する。r はパイプの半径、cellsize はメッシュ一つの面積 (1 辺× 1 辺) である。

7〜11 行目は時間ごとのデータがいくつあるか数えている。各時間のデータの 2 行目には必ず「Mesh Block 1」という単語があるのでその単語の数を数えることでいくつの時刻においてデータが得られているかが分かる。13 行目は各時間における本データ (6 行目以降) の長さ (行数) を計算している、この長さを datalen とする。なお本実験の設定ではどの時刻においてもデータ数は同じである。16〜23 行目では得られたデータの x 方向の長さを計算している。データの構造上ある時刻における本データの最初の行の x 座標が最小で最後の行の x 座標が最大になっているのでその差を取っている。

```
25      %ある地点での水深の時間空間平均
26 -    hyfdt=NaN(datalen,c);%空の配列
27 -    for h=1:c
28 -    opts.DataLines = [datalen*(h-1)+5*h+1 (datalen+5)*h]; %データ範囲の指定(6580(i-1)+5i+1)
29 -    opts.VariableNames = {'x','y','z','hyfd'};%変数の命名
30 -    T0 = readtable('waternoise.txt',opts); %データのtableの作成
31 -    T=table2array(T0)%tableを配列に変換
32      %水面となっていない地点を除外したnewTを作成
33 -    hyfdnot0=abs(T(:,4))>0;%水面となっていない地点を0
34
35      %変数を配列に格納
36 -    y=T(:,2);
37 -    hyfd0=T(:,4);%flow3Dの意味でのhyfd
38 -    hyfd=hyfd0+r-(r^2-y.^2).^0.5;%一番下からの水面の距離
39 -    hyfdt(:,h)=hyfd.*hyfdnot0;%縦方向に各地点の高さを入れる(横は時間)
40 -    end
41 -    hyfdt2=standardizeMissing(hyfdt,0);%hyfd内の0値をNaNに変更
42 -    M=nanmean(hyfdt2,'all');%水深の時間空間平均
43
44
```

図 7.17　重力勾配雑音導出のプログラム 2(時間空間平均の計算)

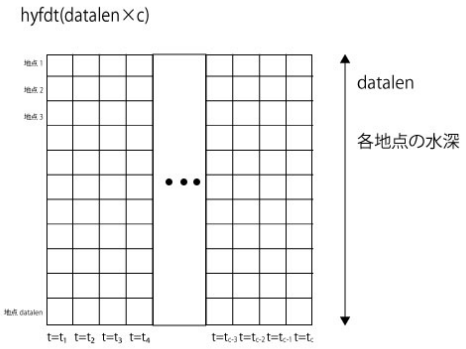


図 7.18　hyfdt の構造　時間空間平均では全てのセルの平均を取っている。時間平均では行ごとの平均を取る

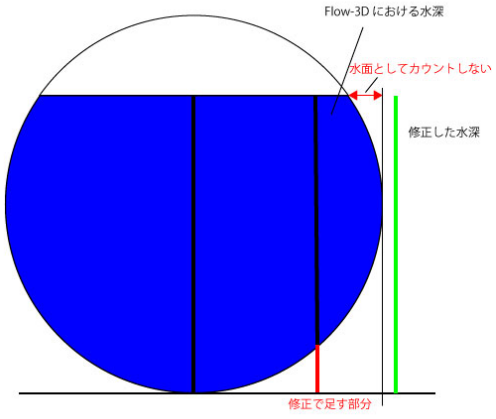


図 7.19　水深の修正

図 7.17 について説明する。25〜42 行目で時間空間平均を計算している。全体の構造は 27〜40 行目で hyfdt という配列 (datalen × c) の列ごとにある時刻における全ての地点の水深を格納し、41、42 行目で hyfdy に格納された値の全ての平均 (時間空間平均) を取っている。27〜40 行目では各時間それぞれのデータを格納するために、for 文を使ってある時間ごとのデータを処理している。for 文の中身を説明する。28〜31 行目はある時刻における本データの読み込みを行っている。33 行目では hyfd が 0 の地点を 0 それ以外の地点を 1 とした配列 hyfdnot0(datalen × 1) を作成。

35〜38 行目では水深のデータをパイプの一番深い場所 (y 座標の最小) からの水面の距離に換算している。39 行目で配列 hyfdt のある列に換算した各地点の水面の高さのデータを格納している (図 7.18)。このとき水深 0 の地点の値は 0 とする。その後 41 行目で hyfdt の 0 の地点を NaN として、42 行目で水深がない地点 (NaN 値) を抜いて時間空間平均を取っている。

```
45 -  for D=1:5
46    %ニュートンニアンノイズの配列を作成(時間)
47 -  a=zeros(1,c) %空の配列の作成
48 -  for i=1:c
49 -  opts.DataLines = [datalen*(i-1)+5*i+1 (datalen+5)*i]; %データ範囲の指定(6580(i-1)+5i+1)
50 -  opts.VariableNames = {'x','y','z','hyfd'};%変数の命名
51 -  T0 = readtable('waternoise.txt',opts); %データのtableの作成
52 -  T=table2array(T0)%tableを配列に変換
53    %水面となっていない地点を除外したnewTを作成
54 -  hyfdnot0=abs(T(:,4))>0;%水面となっていない地点を0
55 -  n1=numel(hyfdnot0);
56 -  k0=sum(hyfdnot0);
57 -  k1=1;
58 -  newT=zeros(k0,4);
59 -  for k=1:n1
60 -  if hyfdnot0(k,1)==1
61 -      newT(k1,:)=T(k,:);
62 -      k1=k1+1;
63 -  end
64 -  end
65
66    %変数を配列に格納
67 -  x=newT(:,1);
68 -  y=newT(:,2);
69 -  z=newT(:,3);
70 -  hyfd0=newT(:,4);%flow3Dの意味でのhyfd
71 -  hyfd=hyfd0+r-(r^2-y.^2).^0.5;%一番下からの水面の距離
72 -  y=newT(:,2);%y座標平行移動用の座標
73
74 -  b=hyfd-M; %平均からの差
75 -  n=numel(x);%xの要素数
76
77 -  F=G*rho*cellsize.*(x.*b)./((D^2+x.^2+y.^2).^1.5); %被積分関数
78
```

図 7.20　重力勾配雑音導出のプログラム 3

図 7.20 について説明する。45〜118 行目は重力勾配雑音を計算し、時間の関数 (値は離散的) として出力するコードである。for 文を使って各時間ごとの重力勾配雑音を計算し、配列 a(1 × c) に格納している。D はミラーと床の距離であり、for 文を使って $D = 1$、2、3、4、5 m における重力勾配雑音を計算している。46〜64 行目は水面となっていない地点を除いた本データの配列を作成している。67〜72 行目は変数 x、y、z、hyfd をそれぞれ配列に格納している。なお hyfd は図 7.17 の時と同様の変換をしている。72 行目の y に値を手動で加えるなどする y 座標を平行移動することができる。この場合の平行移動はパイプの位置のミラーからのズレを示す。74 行目は水面の平均からの差を取っている。この差による万有引力が雑音となる。

77 行目で 6 章にて紹介した式の被積分関数を計算をしている。F(n × 1) は各地点における被積分関数の値の配列である。

```
78
79      %Fを積分可能な行列に変換
80      %c1の導出
81 -    x1= x==x(1,1);
82 -    c1=sum(x1);
83 -    sdatalen=n/c1;%sdatalenの導出
84 -    F2=zeros(c1,sdatalen);%空の配列の作成
85 -    y1=zeros(c1,1);
86 -    for j=1:c1
87 -        y1(j,1)=y(1+sdatalen*(j-1),1);%積分に必要なyの範囲を抽出
88 -        F2(j,:)=F(1+sdatalen*(j-1):sdatalen*j,1).';%値をmeshgrid型に再配置
89 -    end
90
91 -    Q=trapz(y1,trapz(x(1:sdatalen,1).',F2,2));%traqz(積分変数,F,データの次元)
92 -    a(1,i)=Q;%ニュートンニアンノイズ
93
94 -    end
95
```

図 7.21　重力勾配雑音導出のプログラム 4

図 7.21 について説明する。77 行目において計算した各地点ごとの被積分関数の値が入った配列 F を x、y の積分範囲で積分する。79～89 行目は F を matlab の台形積分の関数 trapz で重積分できるような形に変換している。91 行目で積分を実行し、92 行目でその値を a に格納している。

```
97 -    t0=0:c-1;
98 -    fs=20;%サンプリング周波数(手動入力)
99 -    t=(1/fs)*t0;%横軸の設定(時間)
100 -   figure(1);
101 -   semilogy(t,a);
102 -   xlabel('t s')
103 -   ylabel('Newtoniannoise')
104 -   title('ニュートン二アンノイズの時間依存性')
105 -   hold on
106
107     %パワースペクトルの導出
108 -   aw=abs(fft(a));%sqrt(パワースペクトル密度)
109 -   f=1:c;
110 -   f=f*fs/c;%横軸の設定(周波数)
111 -   sh=aw./(L*4*pi^2.*f.^2);%ひずみの次元への修正
112 -   figure(2);
113 -   loglog(f,sh);
114 -   xlabel('f Hz')
115 -   ylabel('S_h Hz^[-1/2]')
116 -   title('ニュートン二アンノイズ')
117 -   hold on
118 -   end
119
120     %プロットされた図を整える
121 -   zzz=readtable('DKAGRA.txt');
122 -   figure(2);
123 -   loglog(zzz.Var1,zzz.Var2);
124 -   legend('D=1','D=2','D=3','D=4','D=5','KAGRA');
125 -   axis([0.9 100 10^(-40) 10^(-14)])
```

図 7.22　重力勾配雑導出のプログラム 5

図 7.22 について説明する。97〜105 行目では重力勾配雑音の時間ごとの配列である a を横軸を時間としてプロットするコードである。このときサンプリング周波数は手動でここに入力する。

108 行目では a を高速フーリエ変換 (離散フーリエ変換) している。109〜117 行目でフーリエ変換した後の値を横軸周波数としてプロットしている。120〜125 行目では図に凡例と KAGRA の感度曲線をつけている。

7.3.2　時間平均

次に時間平均を取るプログラムについて説明する。

図 7.23 は時間空間平均では all で平均を取っているところを、各地点ごとの時間平均 (hyfdt

```
26      %ある地点での水深の時間平均
27 -    hyfdt=NaN(datalen,c);%空の配列
28 -    for h=1:c
29 -    opts.DataLines = [datalen*(h-1)+5*h+1 (datalen+5)*h]; %データ範囲の指定(6580(i-1)+5i+1)
30 -    opts.VariableNames = {'x','y','z','hyfd'};%変数の命名
31 -    T0 = readtable('waternoise.txt',opts); %データのtableの作成
32 -    T=table2array(T0)%tableを配列に変換
33
34      %水面となっていない地点を除外したnewTを作成
35 -    hyfdnot0=abs(T(:,4))>0;%水面となっていない地点を0
36
37      %変数を配列に格納
38 -    y=T(:,2);
39 -    hyfd0=T(:,4);%flow3Dの意味でのhyfd
40 -    hyfd=hyfd0+r-(r^2-y.^2).^0.5;%一番下からの水面の距離
41 -    hyfdt(:,h)=hyfd.*hyfdnot0;%縦方向に各地点の高さを入れる(横は時間)
42 -    end
43 -    hyfdt2=standardizeMissing(hyfdt,0);%hyfd内の0値をNaNに変更
44 -    M=nanmean(hyfdt2,2);%各地点の水深の時間平均
45
```

図 7.23　重力勾配雑導出のプログラム時間平均

の行ごとの平均) で取っている。なお NaN を含まない平均なので水がない地点は含まない。その後水面の値とその水面の地点の時間平均との差を取って計算している。時間平均を取るプログラムはこの変更点以外は時間空間平均を取るものと同じである。

なお本実験においては、図 7.4 のように水面の勾配が発生するため、各地点における水面の時間平均を水面の平均としている。

7.3.3　空間平均

次に空間平均を取るプログラムについて説明する。

空間平均をとるときは事前に平均を計算する必要はなく、各時間ごとの計算の中で配列

```
25 - for D=1:5
26   %ニュートンニアンノイズの配列を作成(時間)
27 - a=zeros(1,c) %空の配列の作成
28 - for i=1:c
29 - opts.DataLines = [datalen*(i-1)+5*i+1 (datalen+5)*i]; %データ範囲の指定(6580(i-1)+5i+1)
30 - opts.VariableNames = {'x','y','z','hyfd'};%変数の命名
31 - T0 = readtable('waternoise.txt',opts); %データのtableの作成
32 - T=table2array(T0)%tableを配列に変換
33   %水面となっていない地点を除外したnewTを作成
34 - hyfdnot0=abs(T(:,4))>0;%水面となっていない地点を0
35 - n1=numel(hyfdnot0);
36 - k0=sum(hyfdnot0);
37 - k1=1;
38 - newT=zeros(k0,4);
39 - for k=1:n1
40 - if hyfdnot0(k,1)==1
41 -     newT(k1,:)=T(k,:);
42 -     k1=k1+1;
43 - end
44 - end
45
46   %変数を配列に格納
47 - x=newT(:,1);
48 - y=newT(:,2);
49 - z=newT(:,3);
50 - hyfd0=newT(:,4);%flow3Dの意味でのhyfd
51 - hyfd=hyfd0+r-(r^2-y.^2).^0.5;%一番下からの水面の距離
52 - y=newT(:,2)-5;%y座標平行移動用の座標
53
54 - M=mean(hyfd); %水面の平均の高さ(空間平均)
55 - b=hyfd-M; %その時間における空間平均からの差
56
57 - n=numel(x);%xの要素数
```

図 7.24　重力勾配雑導出のプログラム空間平均

hyfd の平均 (その時間における空間平均) を取ればよい。54 行目においてその時間の水深の配列 hyfd の平均を取っている。

第 8 章

解析結果

各条件における解析による結果を示す。設定した条件については表 6.1、表 6.2、表 8.1 を参照。解析においては水深の最終時刻における plot(図 8.3) を見て、その概形をおおむね保っていると判断できる時刻 (ex.200 s〜) から最終時刻までの水面の値を取得した。x 方向の範囲については入口と出口付近 4 m は境界条件が現実の系には完全には沿っておらず、誤差も大きいと予想されることから除外した。また、x 方向に沿った流速 ($z = -1.9$ m) の分布は時間によって変動が大きかった。これは流れが乱流だからだと考えられる。

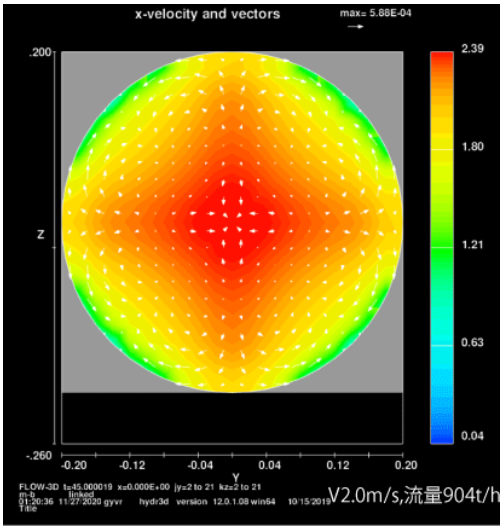
重力勾配雑音の計算はパイプの真上に鏡がある場合とパイプの鏡が y 方向に 5m 離れている場合の 2 つの条件で計算した。それに加え、鏡とパイプの距離 D が 1 m、2 m、3 m、4 m、5 m の条件で計算した。図 8.4、図 8.5 は重力勾配雑音の時間変化を計算した結果を示す。また、図 8.6、図 8.7 は重力勾配雑音のスペクトルを計算した結果を示す。

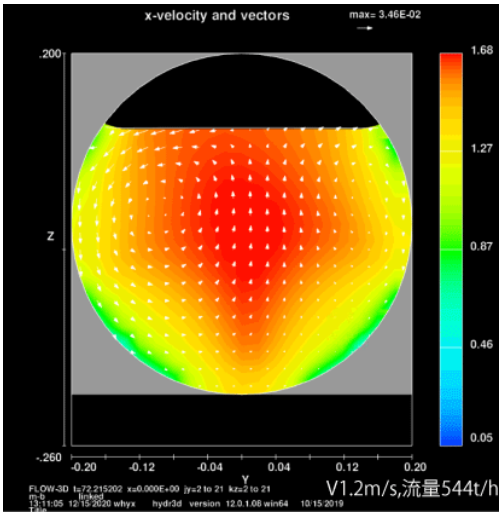
表 8.1　行ったシミュレーションの条件における水面の取り方　時間はシミュレーション時間内で水面の値を取得した時刻である。x 方向は流水の進行方向で表の値は水面の値を取得した範囲を示す。なお y 方向についてはどの条件においても -0.2 m〜0.2 m と全ての範囲で水面の値を取得している。基本的には最終時刻 300 s でシミュレーションを行ったが、シミュレーションの時間が極端に大きくなるため一部の条件においては 300 s 取れておらず、他の結果との単純な比較が難しくなっている。

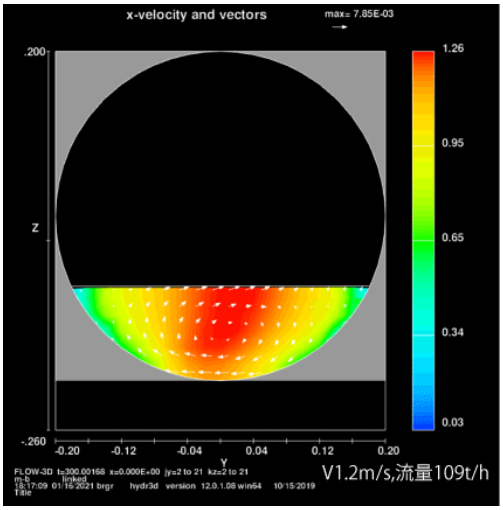
	2.0m/s	1.2m/s	0.8m/s	0.5m/s
1	35〜45s、$x = -2$〜2m	62〜72s、$x = -2$〜2m	200〜300s、$x = -6$〜6m	200〜300s, $x = -6$〜6m
0.5		35〜45s, $x = -2$〜2m	200〜300 s、$x = -6$〜6m	200〜300s、$x = -6$〜6m
0.4			200〜300s、$x = -6$〜6m	
0.3			200〜300s、$x = -6$〜6m	
0.2		200〜300s、$x = -6$〜6m	200〜300s、$x = -6$〜6m	200〜300s、$x = -6$〜6m
0.1			190〜290s、$x = -6$〜6m	

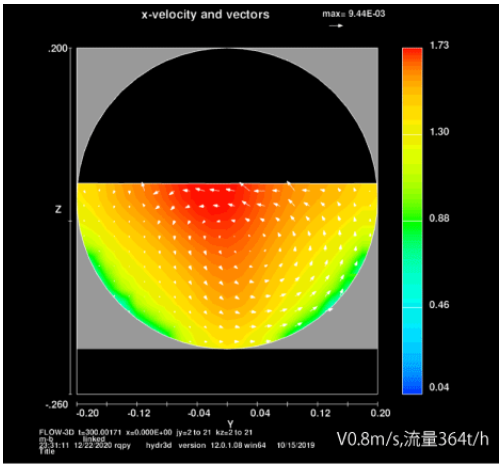
8.1　最終時刻における $x = 0\,\mathrm{m}$ の yz 平面の x 方向の速度の分布

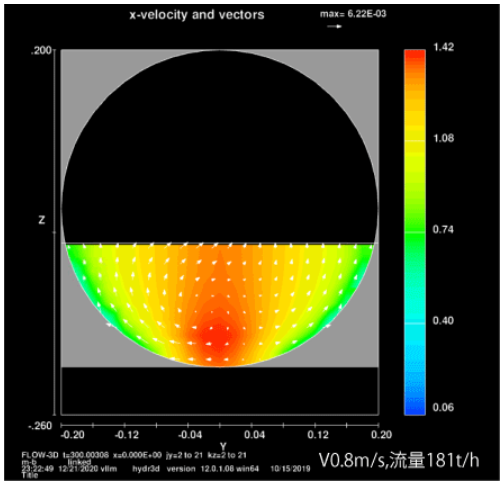
最終時刻における $x = 0\,\mathrm{m}$ の yz 平面の x 方向の速度の分布を示す。また流水の断面図となっているのでこの地点での水深が分かる。図 8.1 を見ると、流量とパイプ断面の水が占める割合に相関があることが分かる。流量が多いほどパイプ断面を占める水の割合が多くなる。流速に関してはパイプ中央 $(y = 0)$ 付近が速くなっており、y 方向について壁に近づくにつれて遅くなっている。これは壁面に摩擦があるためだと考えられる。流体力学においては壁付近の減速はプラントルの壁法則 (4 章参考) で説明されている。

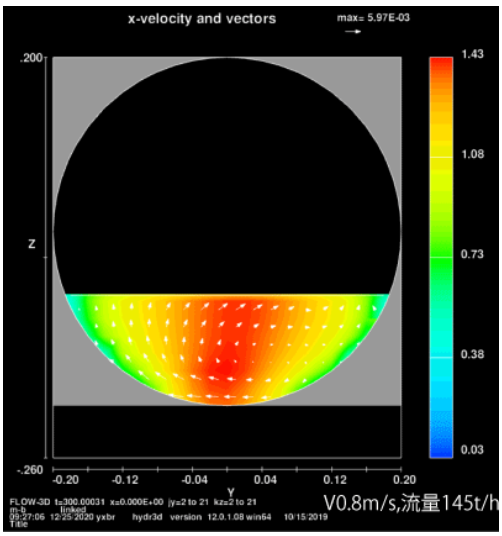


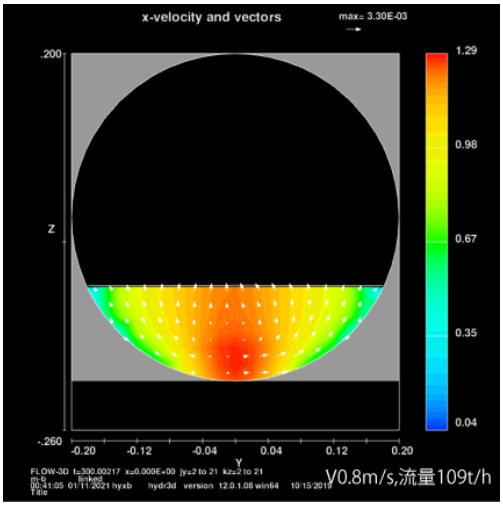


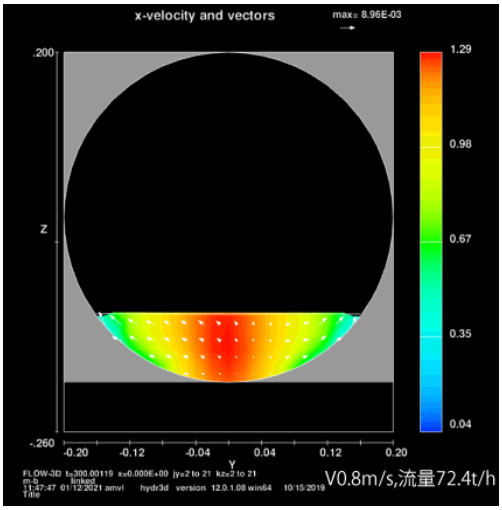


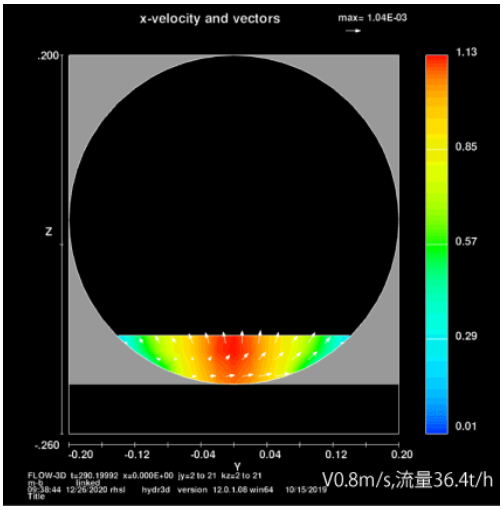


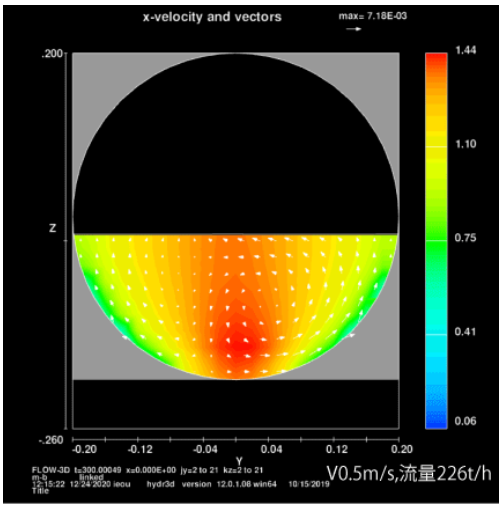

x-velocity and vectors
max= 6.22E-03
1.42
1.08
0.74
0.40
0.06
V0.8m/s,流量181t/h


x-velocity and vectors
max= 5.97E-03
1.43
1.08
0.73
0.38
0.03
V0.8m/s,流量145t/h


x-velocity and vectors
max= 3.30E-03
1.29
0.98
0.67
0.35
0.04
V0.8m/s,流量109t/h


x-velocity and vectors
max= 8.96E-03
1.29
0.98
0.67
0.35
0.04
V0.8m/s,流量72.4t/h


x-velocity and vectors
max= 1.04E-03
1.13
0.85
0.57
0.29
0.01
V0.8m/s,流量36.4t/h


x-velocity and vectors
max= 7.18E-03
1.44
1.10
0.75
0.41
0.06
V0.5m/s,流量226t/h

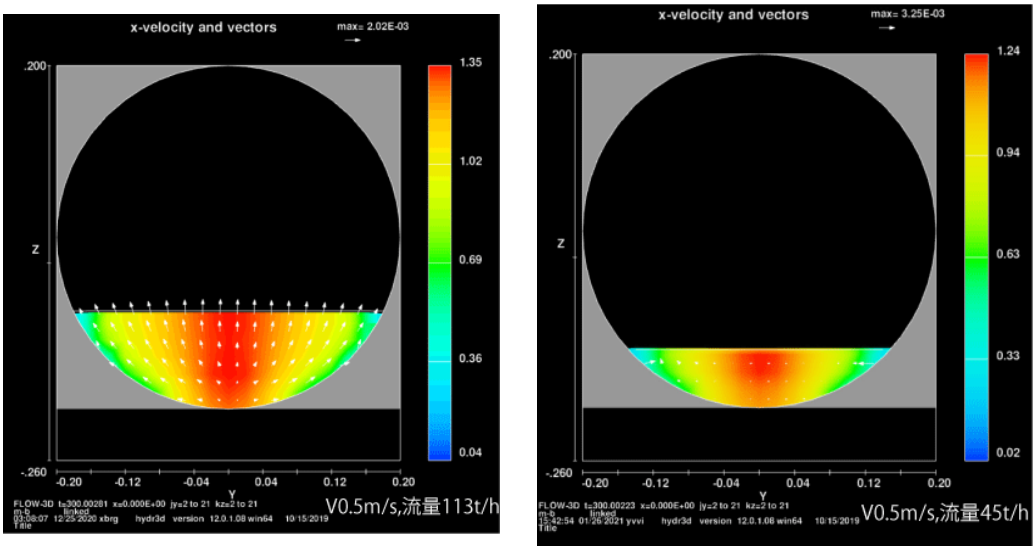


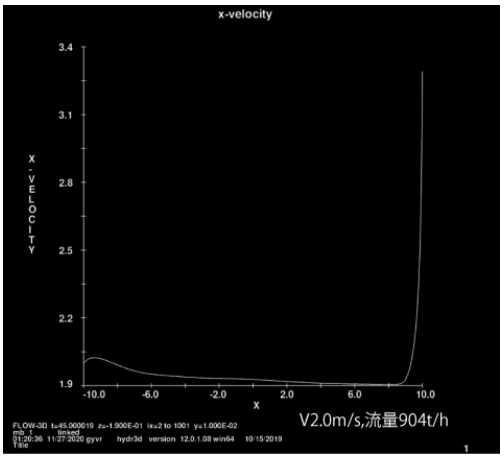
図 8.1　最終時刻における $x = 0\,\mathrm{m}$ の yz 平面 x 方向の速度の分布　色が赤い場所が流速が早く、青色が遅い (右側のグラデーションを参考)。矢印は圧力の方向を示す。
右下に初速度と流量を示す。

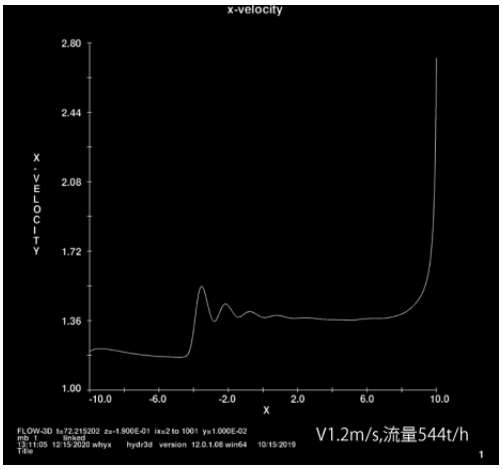
8.2　収束条件

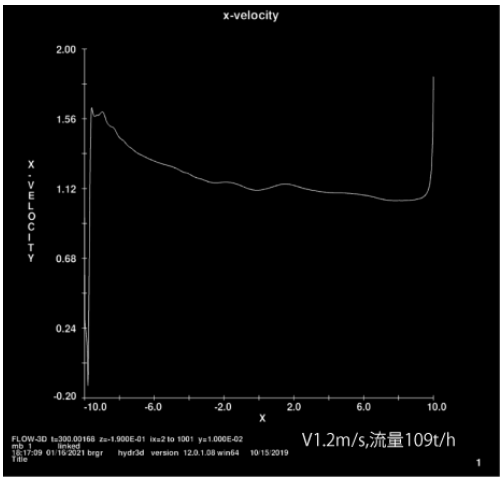
本実験では水面の状態が落ち着いている時の雑音の取得を目指した。水面の状態が落ち着いているという判断は先に述べたように x 方向の水深の分布を参考にした。

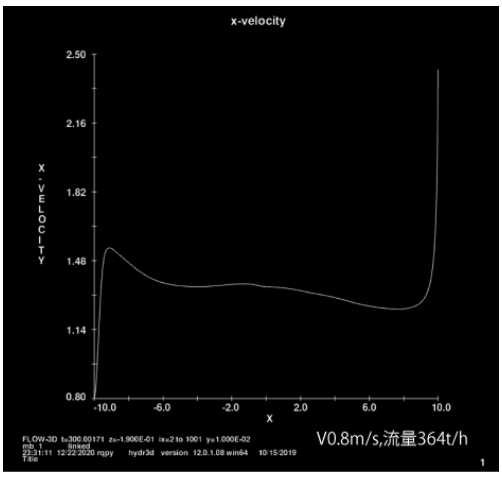
8.2.1　最終時刻における $x = -10\,\mathrm{m}$〜$10\,\mathrm{m}$、$y = 0\,\mathrm{m}$、$z = -1.9\,\mathrm{m}$ の x 方向の速度の分布

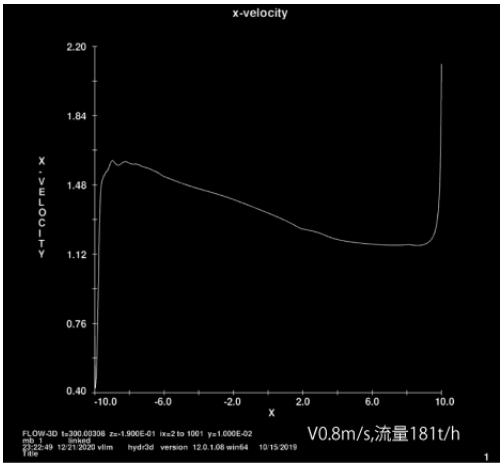
図 8.2 は最終時刻における $x = -10\,\mathrm{m}$〜$10\,\mathrm{m}$、$y = 0\,\mathrm{m}$、$z = -1.9\,\mathrm{m}$ の x 方向の速度の分布を示す。速度分布は時間変化が大きい。基本的には入り口付近で速度が急激に大きくなり、その後は減衰していくことが分かる。また、出口付近では圧力が急激に小さくなるので、ベルヌーイの定理より速度は急激に大きくなる。流量でくらべると、初速度が異なっていても近い流量のものはほぼ等しい結果が得られている。

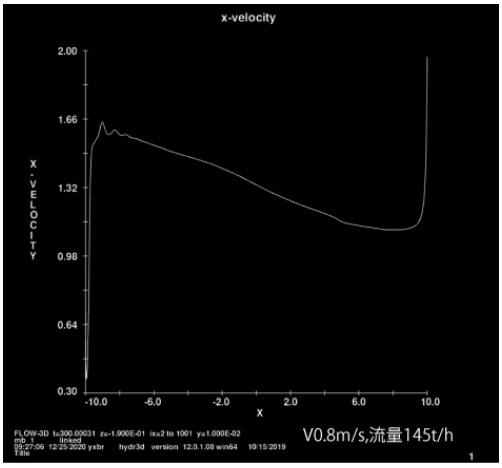

x-velocity
X-VELOCITY
3.4
3.1
2.8
2.5
2.2
1.9
-10.0
-6.0
-2.0
2.0
6.0
10.0
X
V2.0m/s,流量904t/h


x-velocity
X-VELOCITY
2.80
2.44
2.08
1.72
1.36
1.00
-10.0
-6.0
-2.0
2.0
6.0
10.0
X
V1.2m/s,流量544t/h


x-velocity
X-VELOCITY
2.00
1.56
1.12
0.68
0.24
-0.20
-10.0
-6.0
-2.0
2.0
6.0
10.0
X
V1.2m/s,流量109t/h


x-velocity
X-VELOCITY
2.50
2.16
1.82
1.48
1.14
0.80
-10.0
-6.0
-2.0
2.0
6.0
10.0
X
V0.8m/s,流量364t/h


x-velocity
X-VELOCITY
2.20
1.84
1.48
1.12
0.76
0.40
-10.0
-6.0
-2.0
2.0
6.0
10.0
X
V0.8m/s,流量181t/h


x-velocity
X-VELOCITY
2.00
1.66
1.32
0.98
0.64
0.30
-10.0
-6.0
-2.0
2.0
6.0
10.0
X
V0.8m/s,流量145t/h

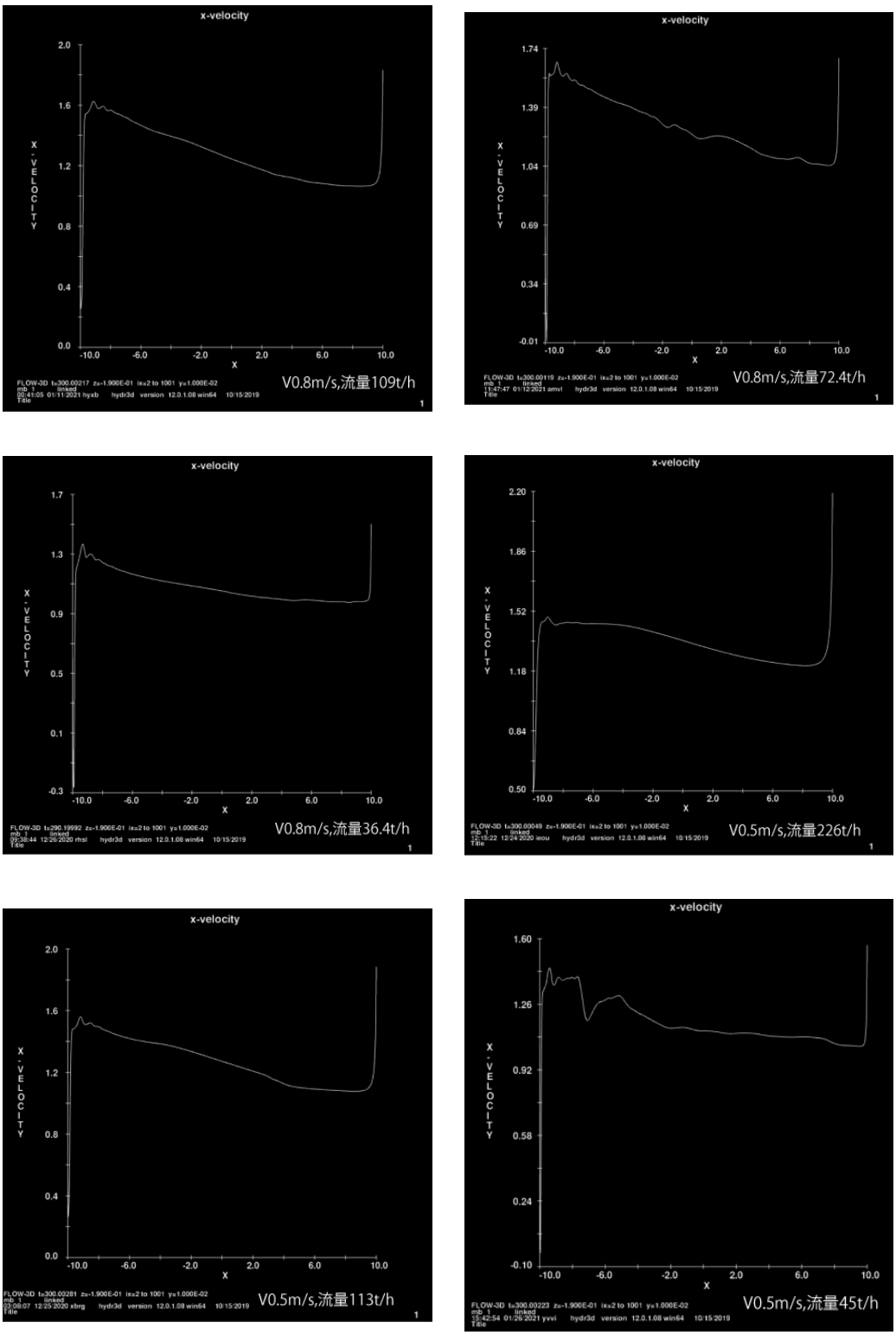
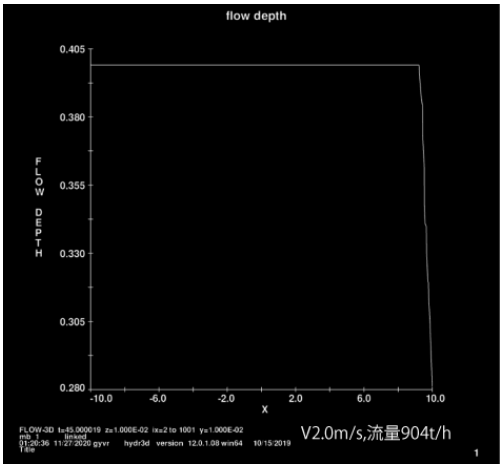
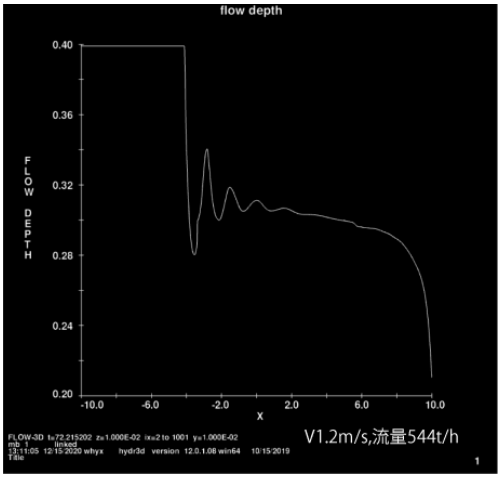


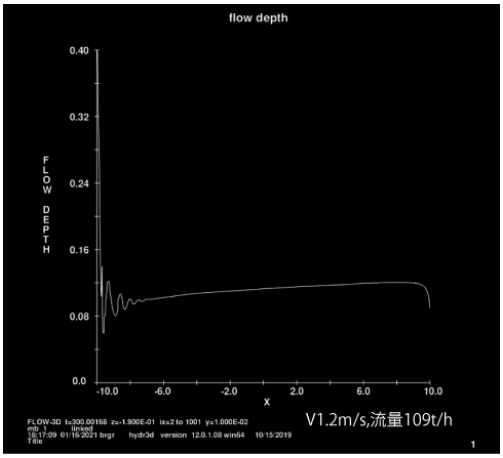
図 8.2　最終時刻における $x = -10\,\mathrm{m}$〜$10\,\mathrm{m}$、$y = 0\,\mathrm{m}$、$z = -1.9\,\mathrm{m}$ の x 方向の速度の分布　縦軸は流速 [m/s]、横軸は地点 x[m]。右下に初速度と流量を示す。

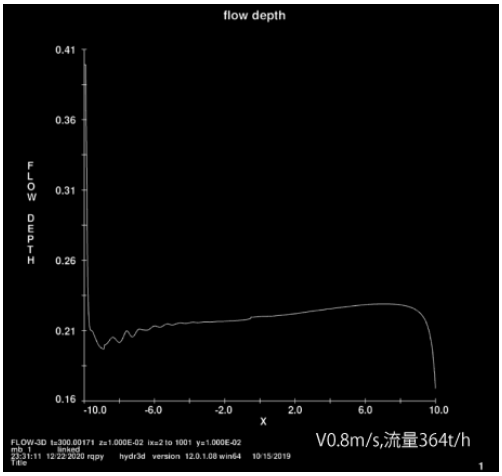
8.2.2　最終時刻における $x = -10\,\mathrm{m}$〜$10\,\mathrm{m}$、$y = 0\,\mathrm{m}$ の x 方向の水深の分布

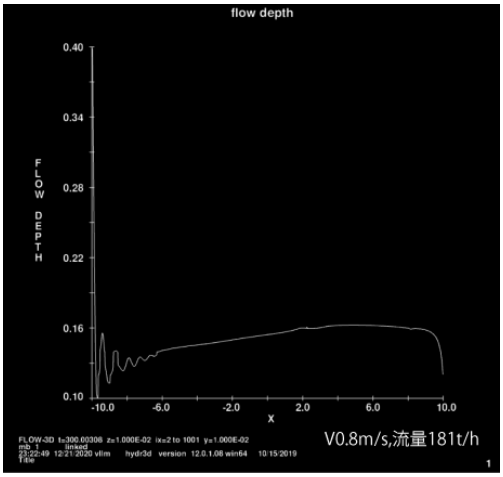
入口では境界条件で設定した水が入射しているため水面に揺らぎが生じる。図 8.3 を参考に収束の判定を行った。

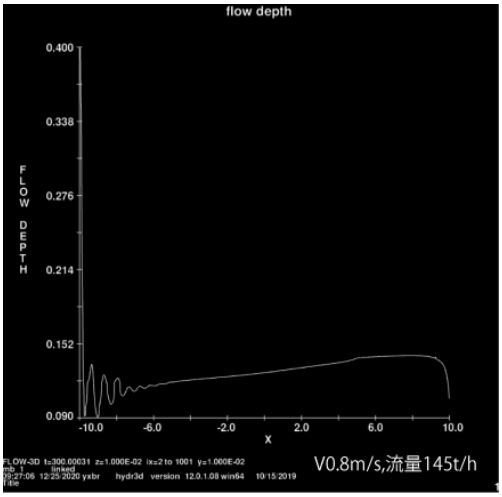












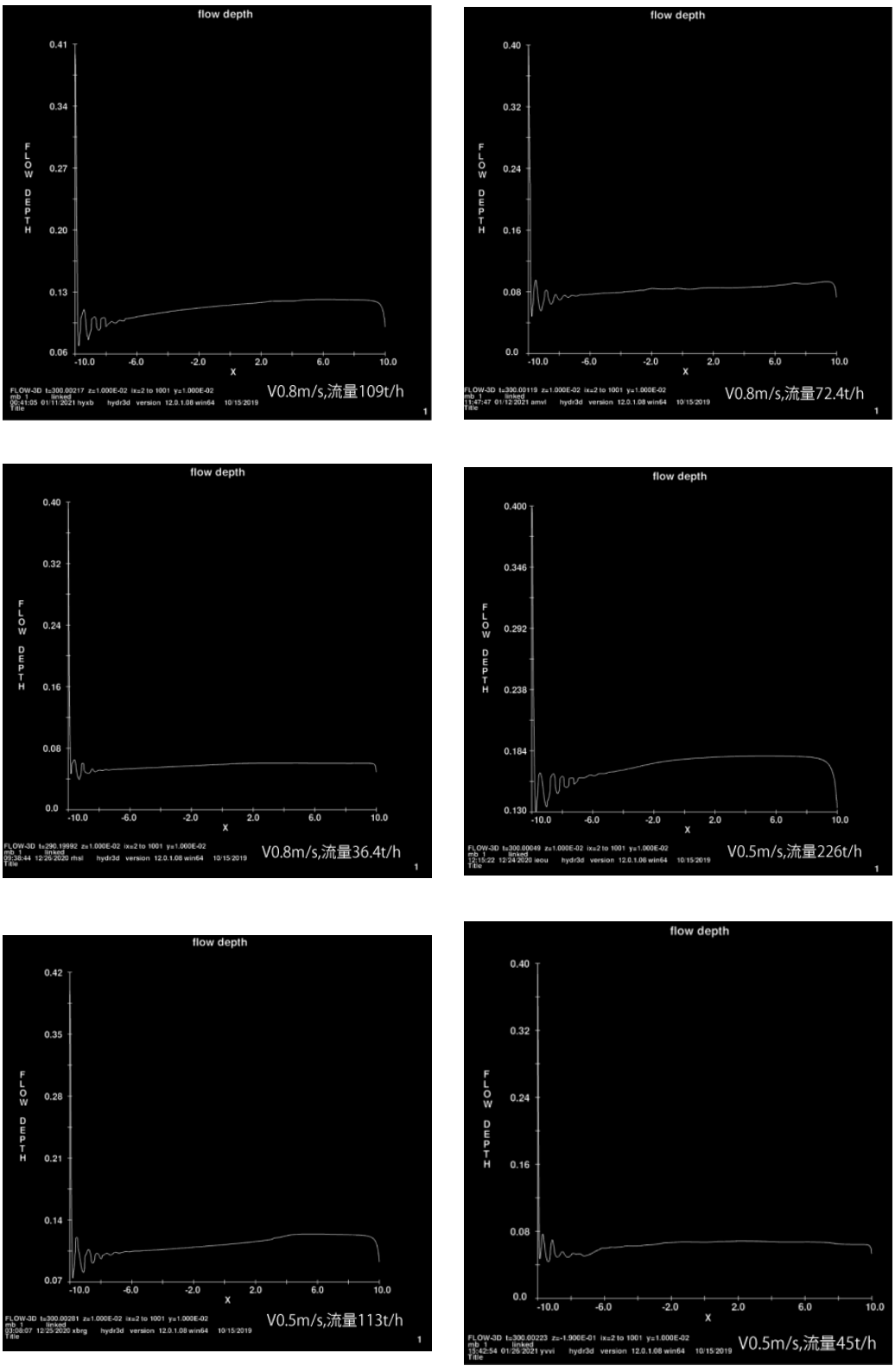
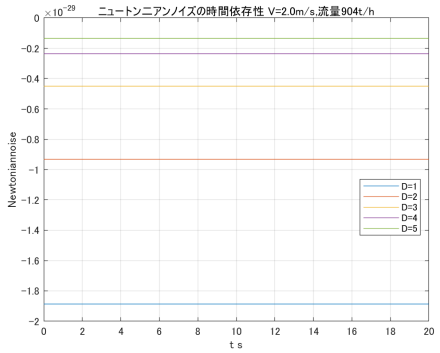


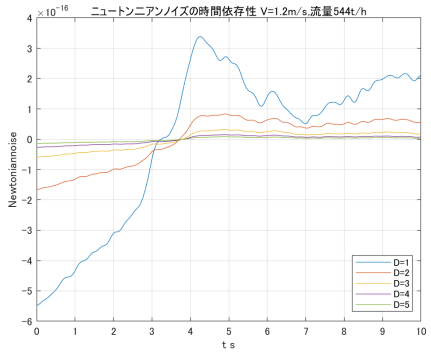
図 8.3　最終時刻における $x = -10\,\mathrm{m}$〜$10\,\mathrm{m}$、$y = 0\,\mathrm{m}$、$z = -1.9\,\mathrm{m}$ の水深の分布　縦軸は水深 [m]、横軸は位置 x[m]。右下に初速度と流量を示す。

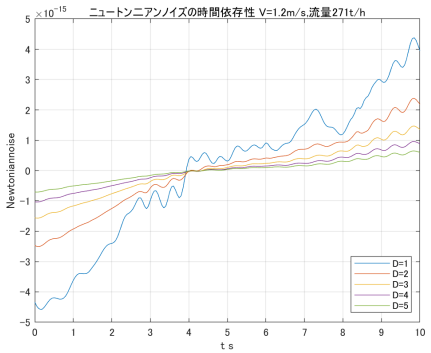
8.3　重力勾配雑音の時間変化

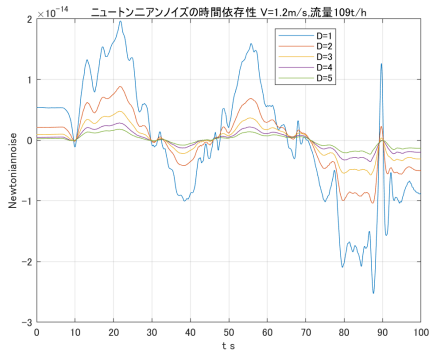
8.3.1　パイプの真上にミラーがある場合

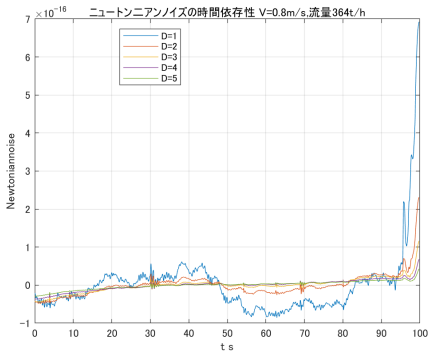
パイプの真上に鏡がある条件における重力勾配雑音の時間変化を示す。初速度 2.0 m/s・流量 904 t/h の状態は図 8.1 から分かるようにパイプが満水状態のときである。そのため重力勾配の揺らぎがほぼ発生しない。

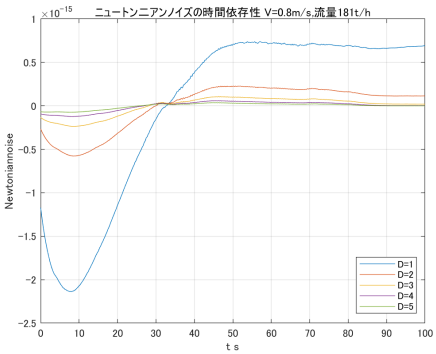












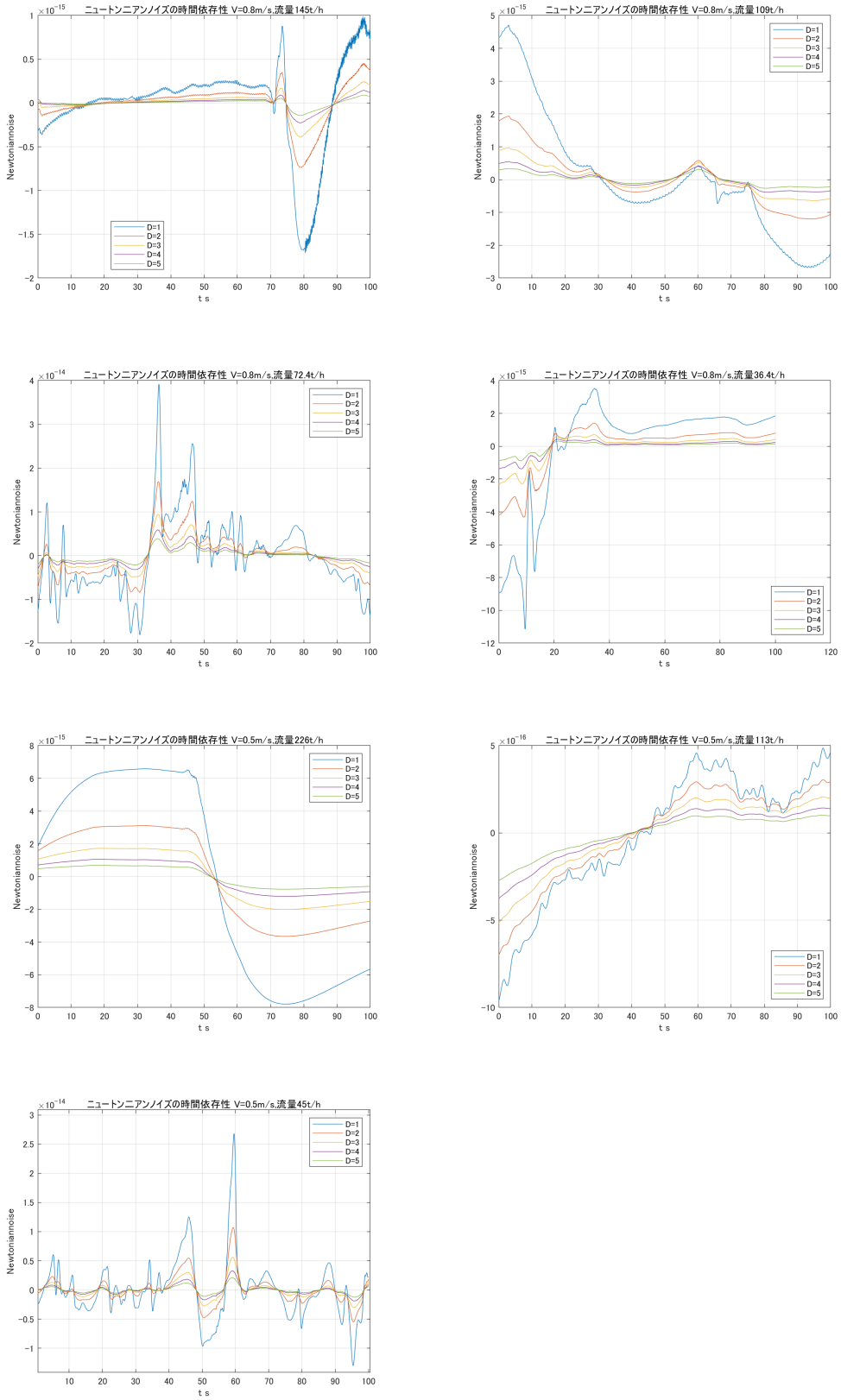
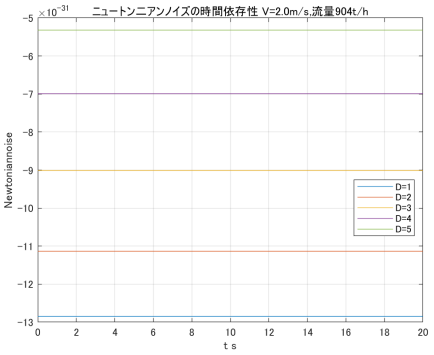
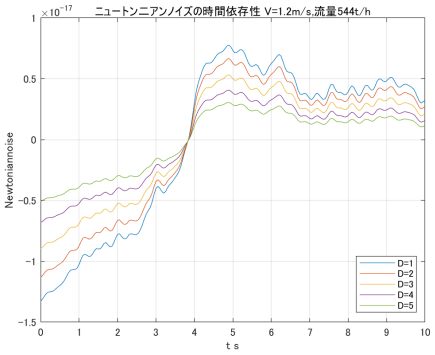
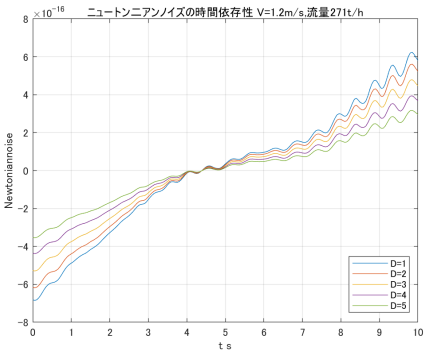


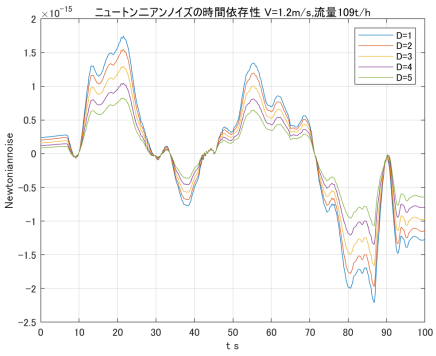
図 8.4　パイプの真上にミラーがある場合の重力勾配雑音、横軸は時間、縦軸は $\mathrm{m/s^2}$

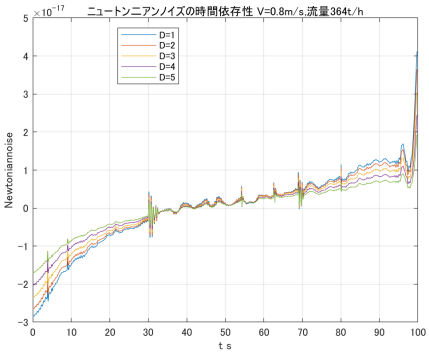
8.3.2　パイプの横 5 m にミラーがある場合

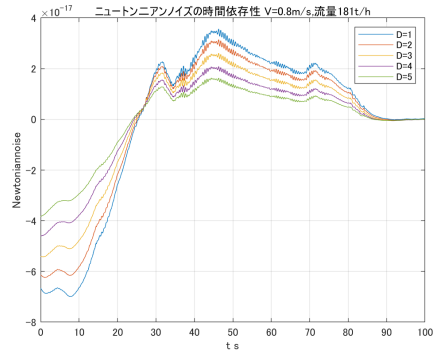












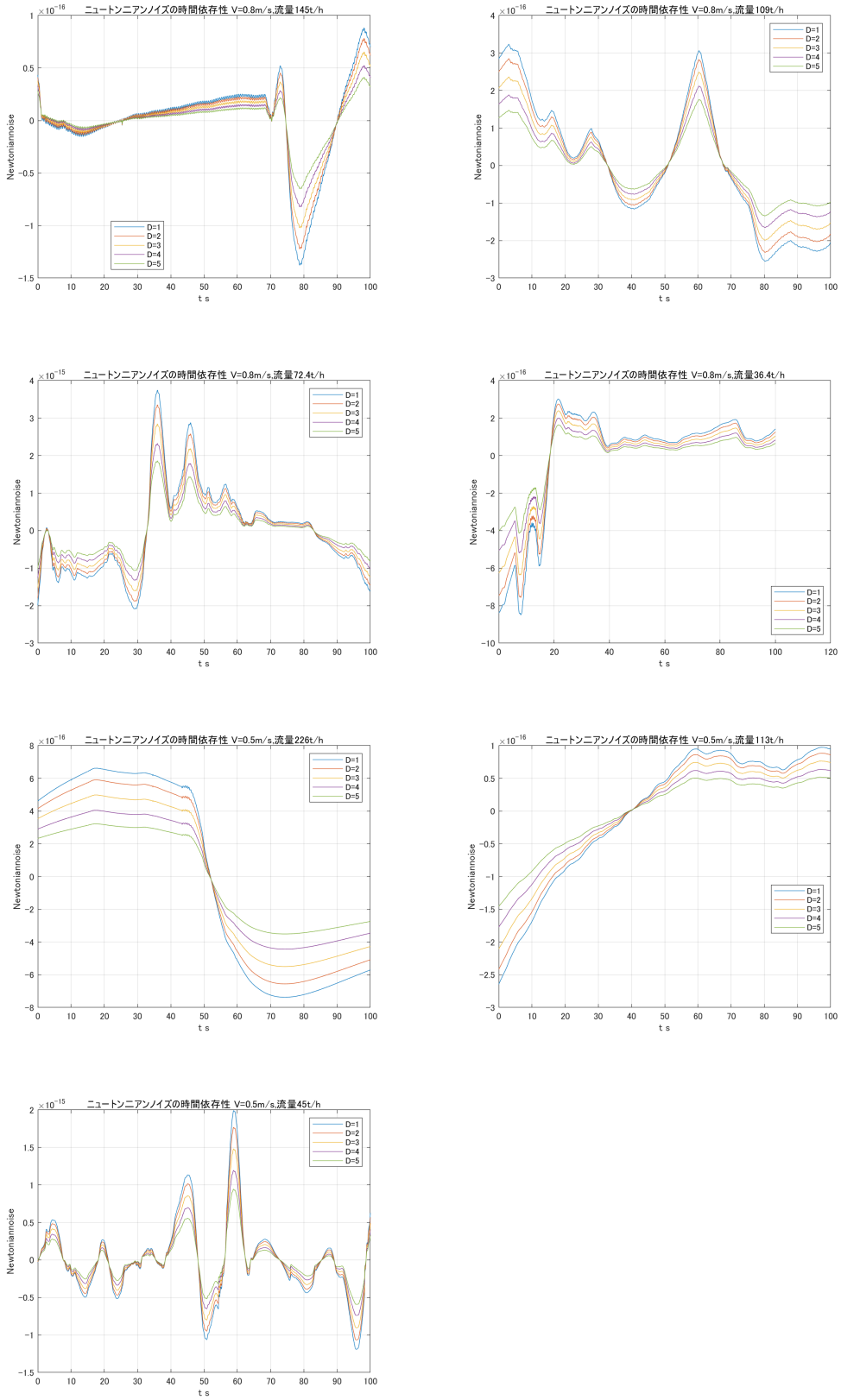


図 8.5　パイプの横 5 m にミラーがある場合の重力勾配雑音、横軸は時間、縦軸は $\mathrm{m/s^2}$、$D = 2\,\mathrm{m}$ のときが現実の系に近い

8.4　重力勾配雑音のスペクトル

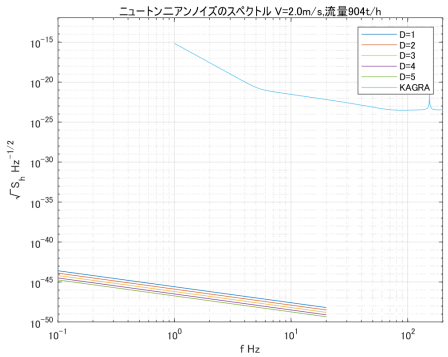
8.4.1　パイプの真上にミラーがある場合

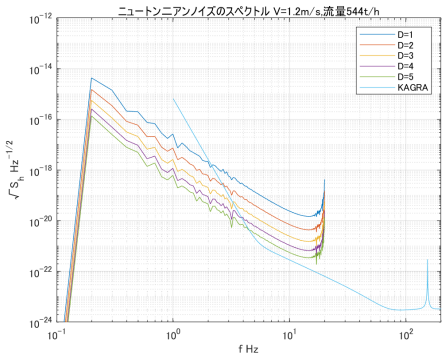
高速フーリエ変換した際に標本化定理より 10 Hz 以上の値は結果として扱えない。そのため 1 Hz〜10 Hz の比較を行う。初速度 2.0 m/s・流量 904 t/h の時は先述した通り、水面の揺らぎがほぼ無く、雑音は小さくなっている。どの結果においても D が大きくなるほど雑音の大きさは小さくなっている。また、高周波側になるにつれて大きさが下がっている。

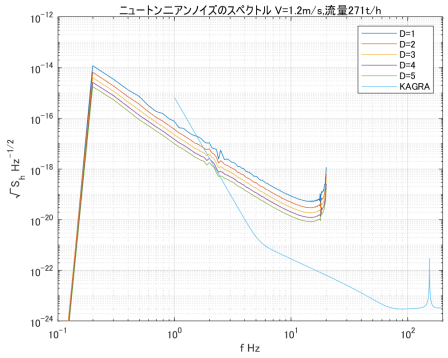
初速度 0.8 m/s において流量で結果を比べると 363 t/h、181 t/h、145 t/h では全体的に流量による変化は少なくオーダーも同一の域帯が多い。しかし、109 t/h、72.4 t/h、36.4 t/h では雑音が増加している。

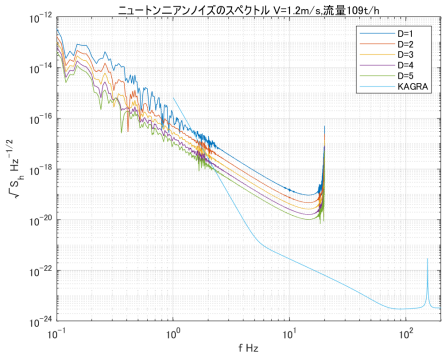
次に流量に注目すると初速度 1.2 m/s・流量 109 t/h、初速度 0.8 m/s・流量 109 t/h、初速度 0.5 m/s・流量 113 t/h では雑音のオーダーがほぼ同じになっている。

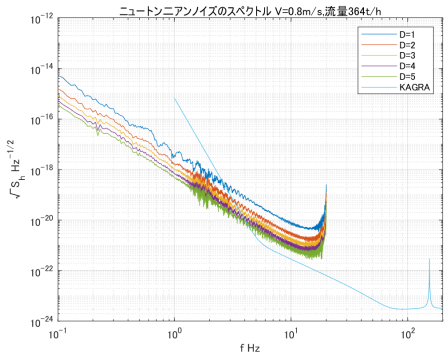
パイプの真上にミラーがある場合においてほとんどの条件で 1 Hz〜10 Hz の間で高周波側に KAGRA の感度を制限していることが分かる。

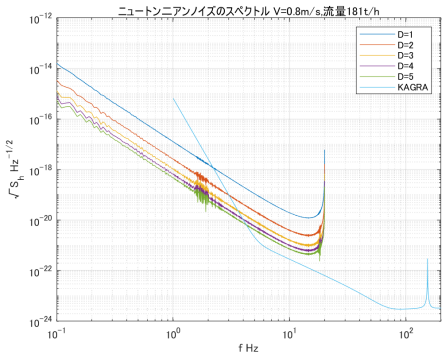

ニュートンニアンノイズのスペクトル V=2.0m/s,流量904t/h
D=1
D=2
D=3
D=4
D=5
KAGRA
f Hz


ニュートンニアンノイズのスペクトル V=1.2m/s,流量544t/h
D=1
D=2
D=3
D=4
D=5
KAGRA
f Hz


ニュートンニアンノイズのスペクトル V=1.2m/s,流量271t/h
D=1
D=2
D=3
D=4
D=5
KAGRA
f Hz


ニュートンニアンノイズのスペクトル V=1.2m/s,流量109t/h
D=1
D=2
D=3
D=4
D=5
KAGRA
f Hz


ニュートンニアンノイズのスペクトル V=0.8m/s,流量364t/h
D=1
D=2
D=3
D=4
D=5
KAGRA
f Hz


ニュートンニアンノイズのスペクトル V=0.8m/s,流量181t/h
D=1
D=2
D=3
D=4
D=5
KAGRA
f Hz

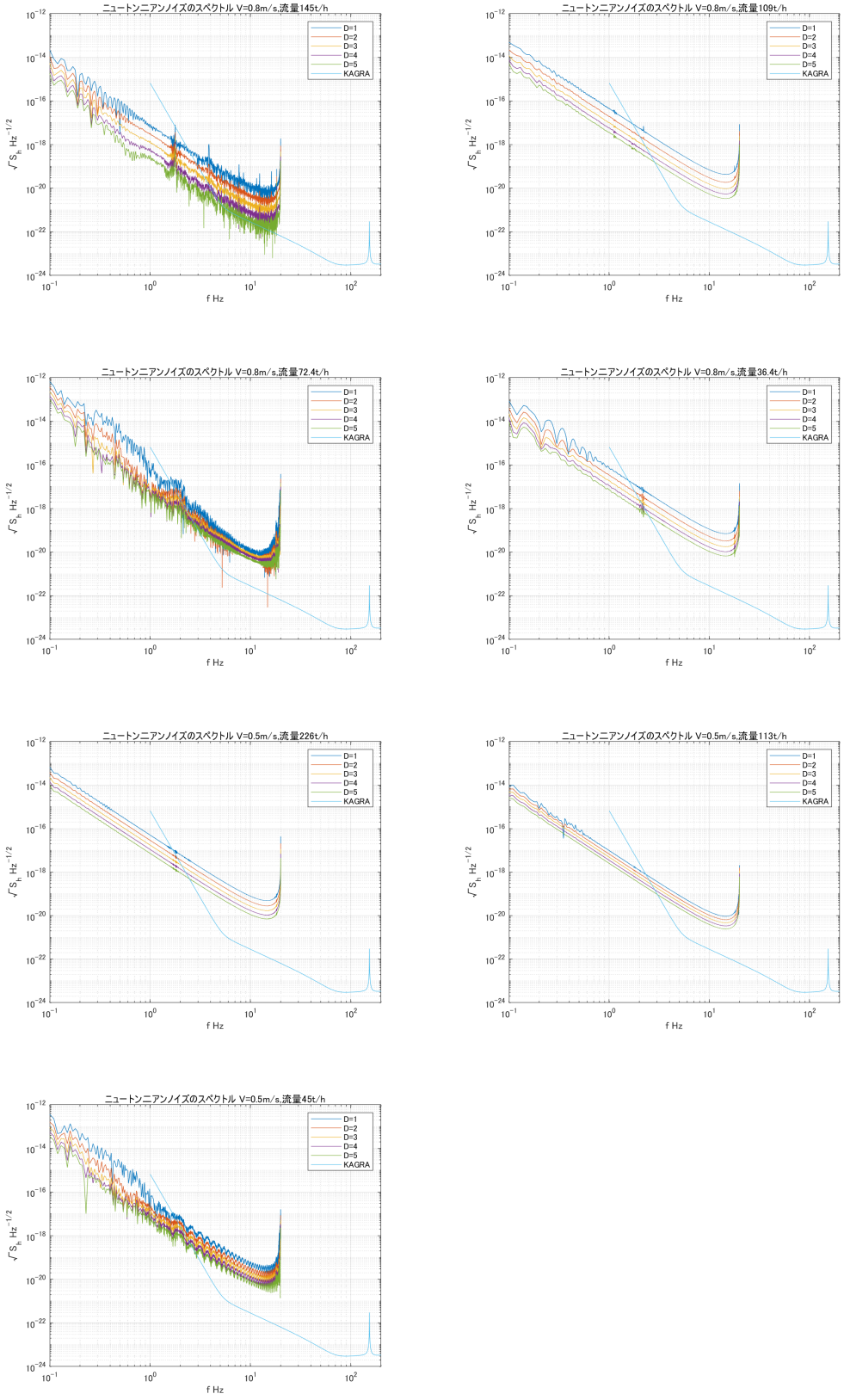
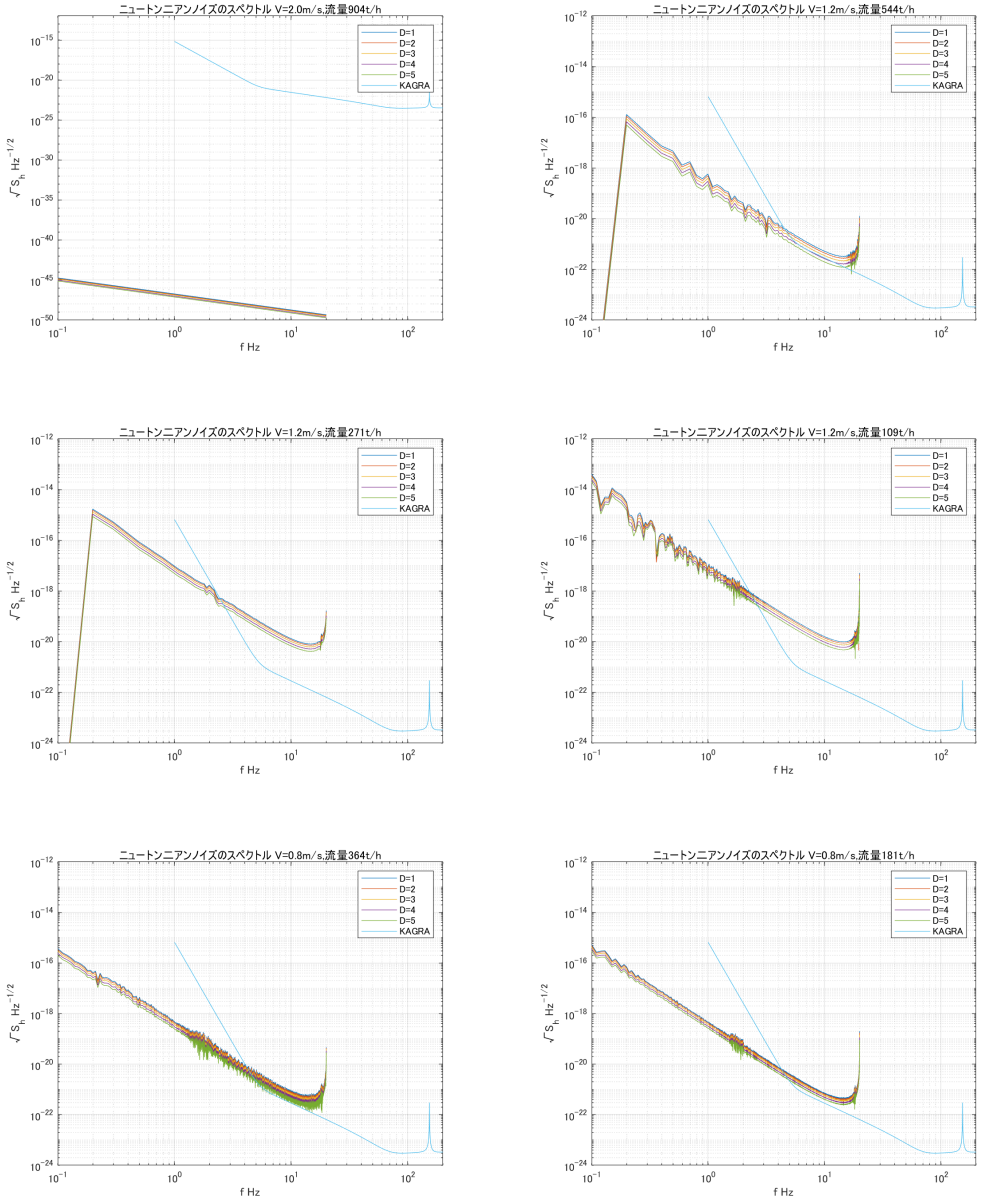


図 8.6　パイプの真上にミラーある場合の重力勾配雑音、横軸は周波数、縦軸は $\mathrm{Hz}^{-1/2}$

8.4.2　パイプの横 5 m にミラーがある場合

各条件間での結果の差異はパイプの真上にミラーがある場合と同様である。パイプの真上にミラーがある場合よりパイプと鏡の距離 D の増加による雑音の低下が小さくなっている。また、パイプの真上にミラーがある時と同じ条件で比べた場合、パイプの横 5 m にミラーがある場合のほうが雑音は小さくなっている。初速度 0.8 m/s・流量 145 t/h においては KAGRA の感度とほぼ等しいかそれ以下まで雑音が小さくなっている。



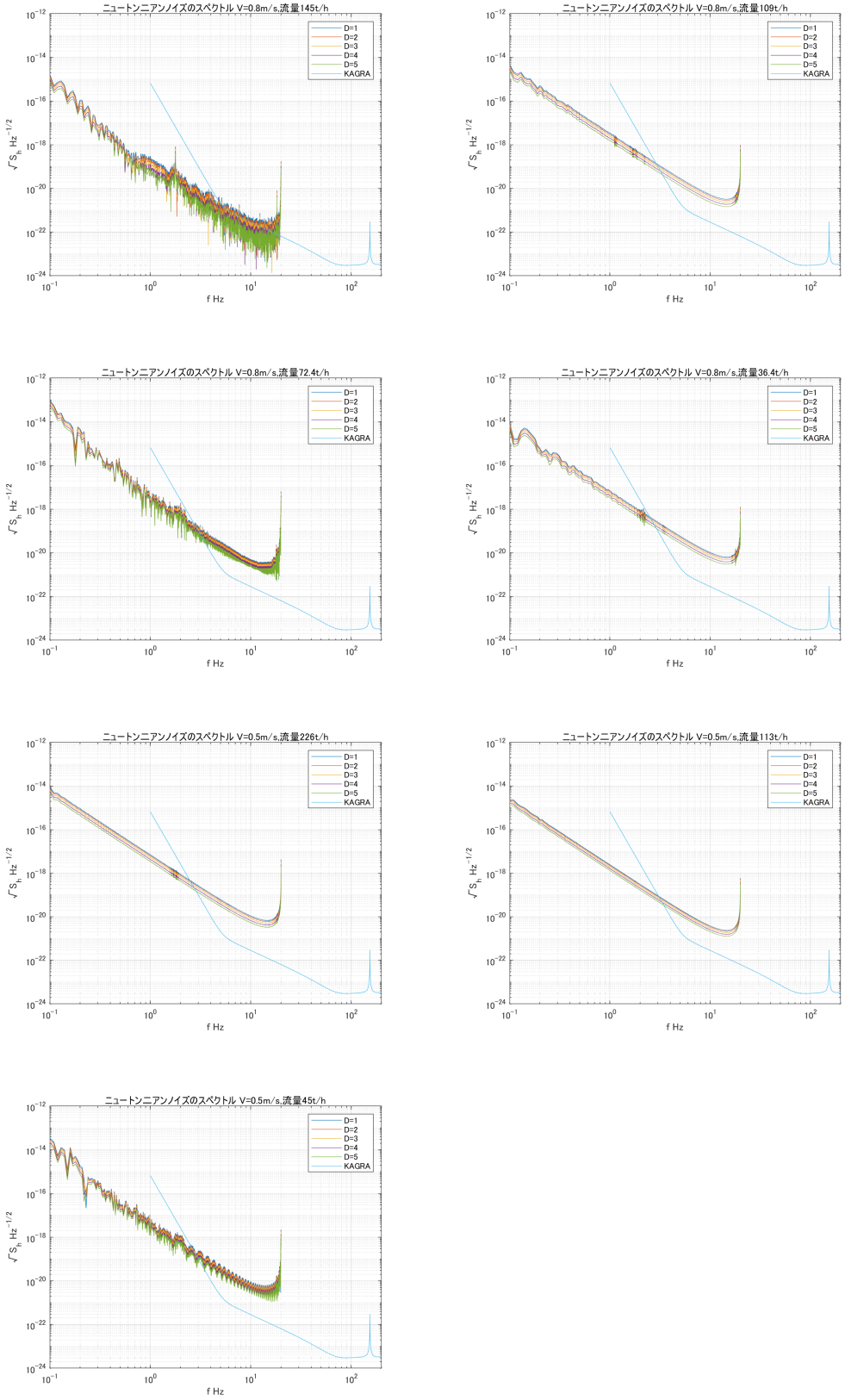


図 8.7　パイプの横 5 m にミラーがある場合の重力勾配雑音、横軸は周波数、縦軸は $\mathrm{Hz}^{-1/2}$、$D = 2\,\mathrm{m}$ のときが現実の系に近い

第 9 章

議論

現実の系に近いパイプの横 5 m にミラーがある場合 (図 8.5、図 8.7) を中心に議論する。

9.1　全流量の重力勾配雑音

9.1.1　流量による分類

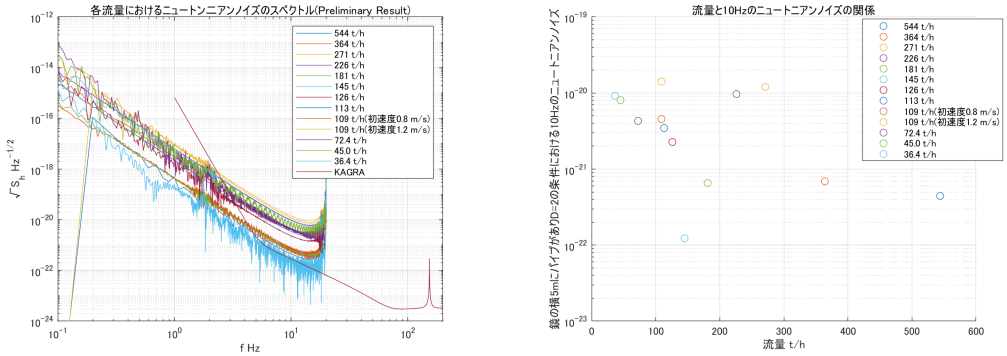


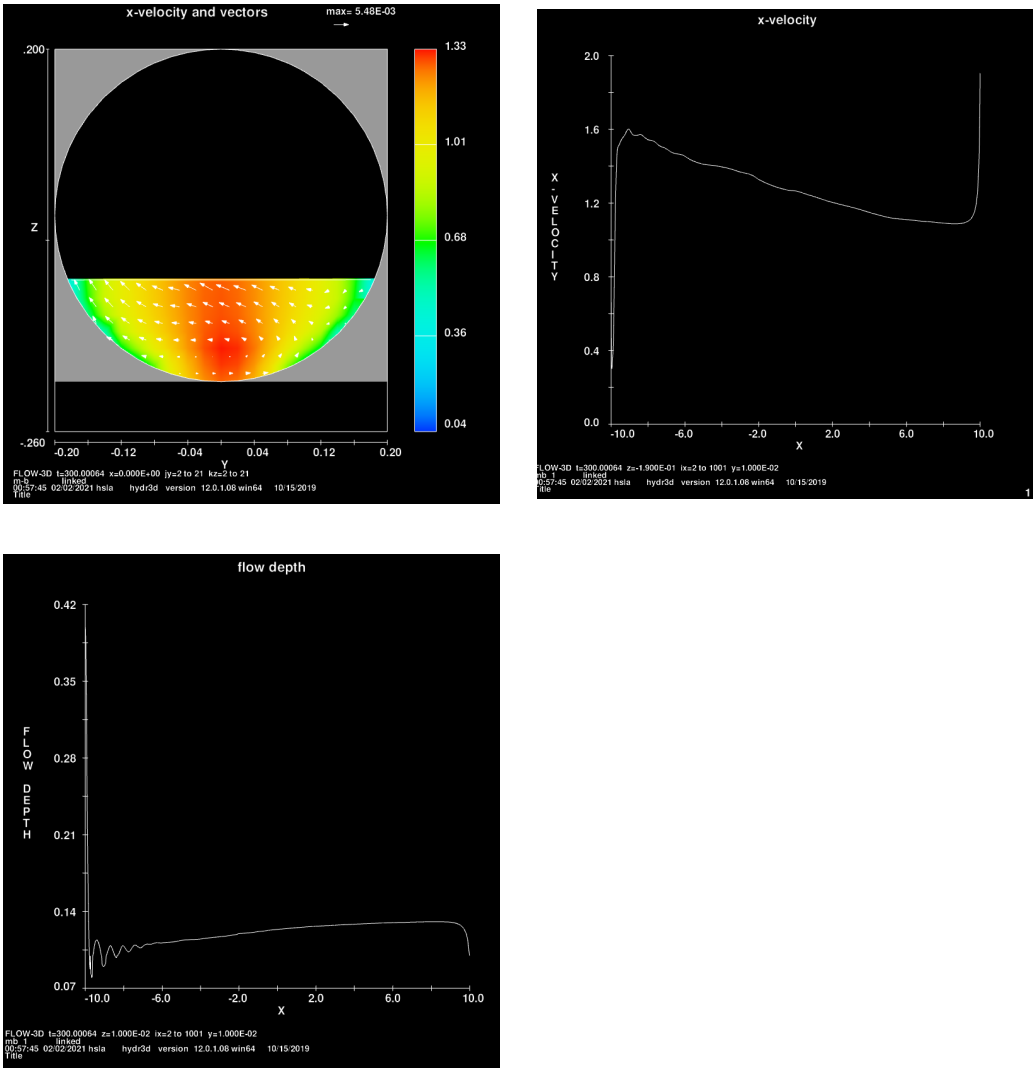
図 9.1　全条件の比較　左は各流量の重力勾配雑音のスペクトルを同じグラフに表したもの。右の図は横軸を流量として 10Hz における雑音を比較したもの。

現実の系に最も近い、パイプと鏡が y 方向に 5 m 離れていて z 方向には $D = 2\,\mathrm{m}$ の条件における全流量の重力勾配雑音を示す。初速度 2.0 m/s・流量 904 t/h の条件では先述したようにパイプが満水なので、水面の揺らぎが少なく雑音も小さい。また、544、271 t/h の流量はシミュレーション時間が短く水面が収束していない可能性が高いので単純に比較できない。

流量が 145 t/h 以上の条件と比べて 109 t/h 以下の条件では雑音が大きくなっている (図 9.1)。145 t/h と 109 t/h で比べると約 10 倍 109 t/h のほうが雑音が大きくなっている。これはある流量 (109 t/h〜145 t/h) 以下ではパイプ壁面の壁面粗さによって発生する波が水面に現れていると考えた。流量が多い場合はこの波は水面に到達する前に減衰し水面の変動には影響しないと考えられる。本実験においては流量が壁面からの波に影響されるある流量 (109 t/h〜145 t/h) を基準に大きく二つに分けて考えることとする。また、この基準は初速度によって変化する可能性がある。

9.1.2　初速度 0.8 m/s・流量 126 t/h

壁面の凹凸の影響が出る流量の閾値を特定するために、初速度 0.8 m/s・流量 126 t/h で追加実験を行った。流量以外は初速度 0.8 m/s・流量 145 t/h の条件と同一の条件でシミュレーションを行った。図 9.2 より流量 109 t/h 以下に分類されることが分かる。よって壁面粗さによる波の影響が現れる境となる流量の範囲はさらに狭まり、流量 126 t/h〜145 t/h の間にあることが判明した。



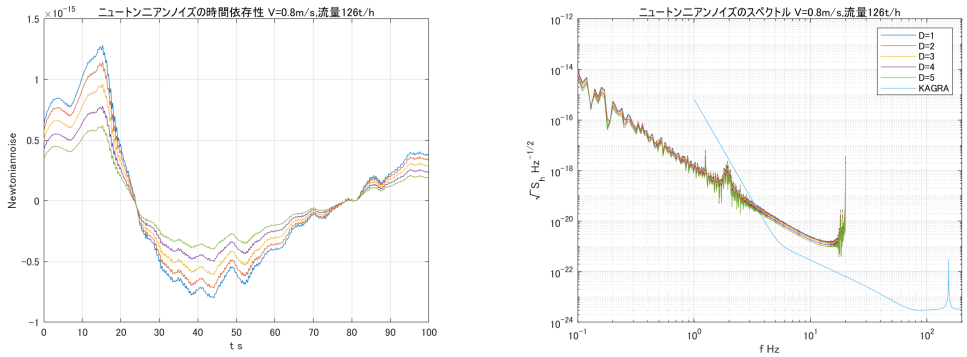


図 9.2　初速度 0.8 m/s・流量 126 t/h、重力勾配雑音の計算はパイプの横 5 m に鏡がある条件

9.2　流量 145 t/h 以上における比較

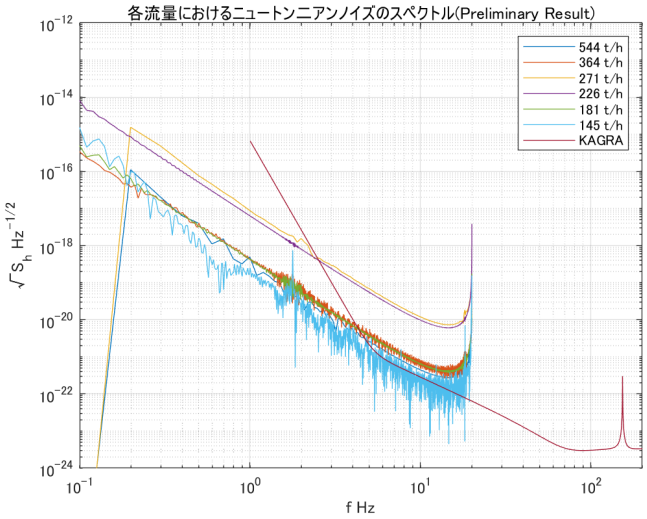


図 9.3　流量 145 t/h 以上の比較

図 9.3 より初速度 1.2 m/s・流量 544 t/h、初速度 1.2 m/s・流量 271 t/h、初速度 0.5 m/s・流量 226 t/h の条件を除き、雑音が大きい順に並べると初速度 0.8 m/s・流量 364 t/h、初速度 0.8 m/s・181 t/h、初速度 0.8 m/s・145 t/h となる。流量が少ないと水面が安定し、雑音が小さくなると考えられる。ここでフルード数に注目した (4 章を参考)。各条件のフルード数を計算すると図 9.4 のようになり流量が多いほど常流の域が多くなり波の影響を受けやすいことが分かる。また、図 8.2、図 8.3 を参考にすると水深や流速は流量による相関があると考えられる。

しかし初速度 0.5 m/s・流量 226 t/h の条件では初速度 0.8 m/s の条件より雑音が大きくなっている。雑音の大きさがフルード数による波の影響の受けやすさに依存していると考えると初速度 0.5 m/s・流量 226 t/h の条件では雑音は初速度 0.8 m/s・流量 364 t/h、181 t/h の条件とほぼ等しいオーダーになければならない。この条件で雑音が大きくなることの考察は今後の課題となる。

初速度 1.2 m/s・流量 544 t/h、初速度 1.2 m/s・流量 271 t/h はシミュレーションの都合により、水面が充分に安定していない条件で計算をしたため、雑音が大きくなっていると考えられる。

図 9.5 に流量とフルード数の関係を表した。流量 145 t/h 以上では流量が大きくなるほどフルード数が低下している。これは流量が大きくなるほど波によるを受けやすいことをしめす。また、流量 126 t/h 以下では 100 t/h 付近ではフルード数の変化が小さいが流量がさらに小さいとフルード数は増加する。

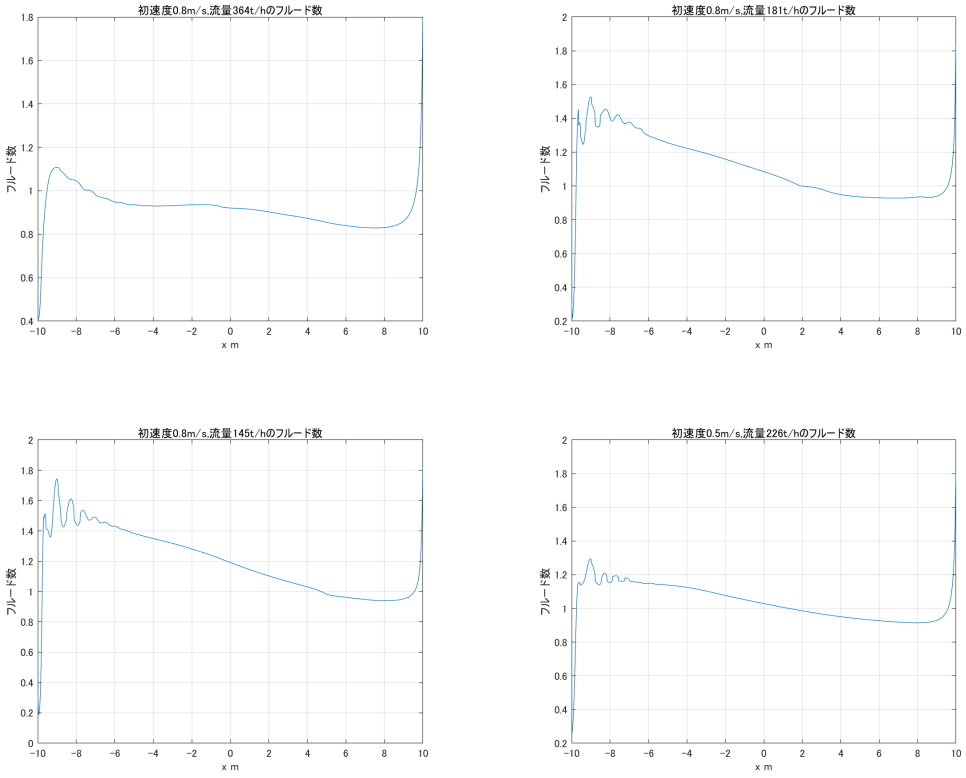


図 9.4　フルード数

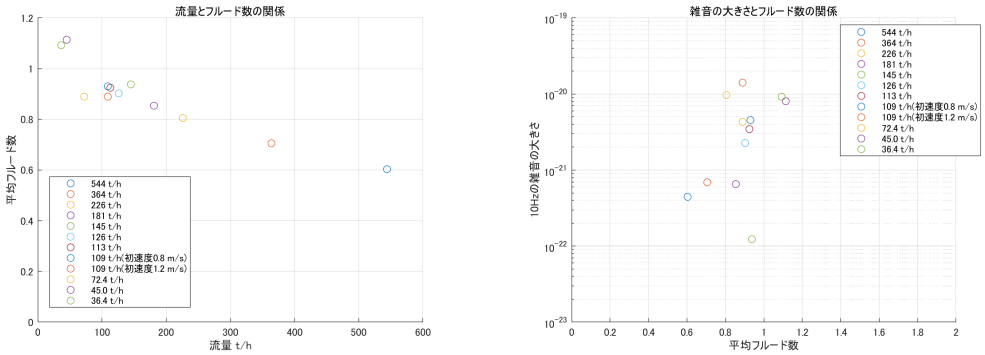


図 9.5　左の図は流量とフルード数の関係　横軸を流量として、各流量の最終時刻におけるフルード数の平均値を比較している (フルード数の取得範囲は水面の取得範囲と同一)。右の図はフルード数と 10Hz における雑音の大きさの関係　少ない流量ではフルード数に関わらず雑音が変化している。

9.3　流量 109 t/h(126 t/h) 以下における比較

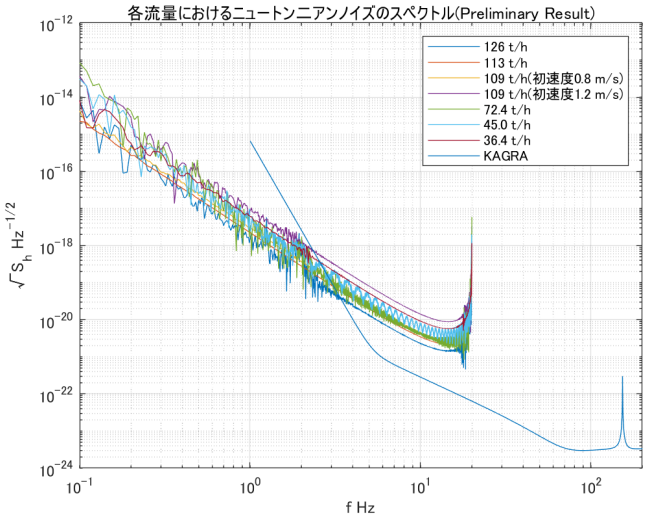


図 9.6　流量 126 t/h 以下の比較

初速度 1.2 m/s・流量 109 t/h、初速度 0.8 m/s・流量 109 t/h、は流量が同一であるが、図 9.6 を参考にすると初速度 1.2 m/s のほうが雑音は約 3 倍大きくなっている。また初速度 0.5 m/s・流量 113 t/h は初速度 0.8 m/s・流量 109 t/h の雑音とほぼ等しくなっている。この領域では同一流量の場合初速度が速い条件で雑音が大きくなることが分かる。(図 8.5 を参考にすると、初速度 0.5 m/s・流量 113 t/h は流量が多い条件に分類される可能性がある)

流量と雑音の大きさに注目する。初速度 1.2 m/s・流量 109 t/h を除き雑音が小さい順に並べると初速度 0.8 m/s・流量 126 t/h、初速度 0.5 m/s・流量 113 t/h、初速度 0.8 m/s・流量 109 t/h、初速度 0.8 m/s・流量 72.4 t/h、初速度 0.5 m/s・流量 45 t/h、初速度 0.8 m/s・流量 36.4 t/h となり、流量が少ないほど雑音が大きくなる。これは流量が少なくなると水面が壁面に近くなり、壁面の凹凸によって発生する波の影響が大きくなるからだと考えられる。

9.4　西澤-chen モデルとの比較

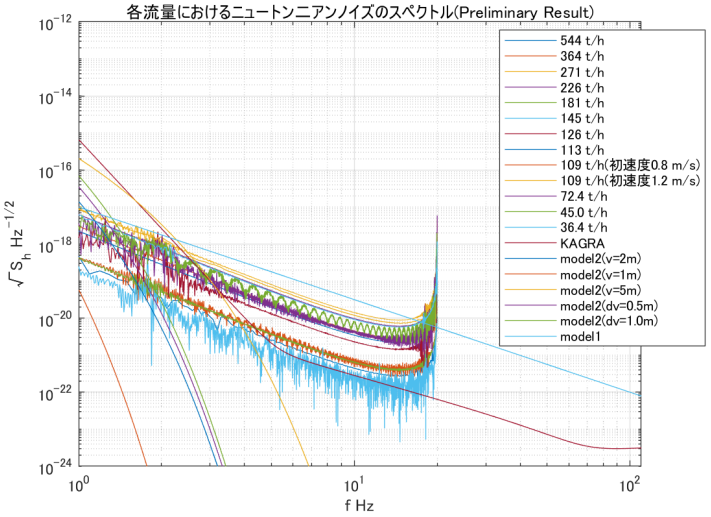


図 9.7　model1、model2 との比較

図 9.7 より本実験の重力勾配雑音のスペクトルの概形はモデル 1 と近いものになっている。また、パイプが満水状態の時を除いた条件において KAGRA の感度を制限する帯域において雑音の大きさはモデル 1 とモデル 2 の間にある。

第 10 章

総括と今後の展望

10.1　総括

本実験における条件では初速度 0.8 m/s・流量 145 t/h の場合において雑音が小さくなり KAGRA の感度を制限しない条件があることが確認できた。しかし、その他の条件では 1〜10 Hz より高周波にかけて KAGRA の感度を制限することが判明した。重力勾配雑音の大きさは 145 t/h 以上では流量が少なくなるほど小さくなり、126 t/h 以下では流量が少なくなるほど大きくなった。井上さんの卒論 [3] においても流量は不明だが、同様の帯域で KAGRA の感度を制限するという結果が出ている。議論によれば 145 t/h 付近より大きい流量かつフルード数を大きくする (射流にする) と雑音が小さくなる。

10.2　今後の展望

1〜10 Hz では重力勾配雑音が KAGRA の感度を制限する場合があったので 10 Hz 以上、特に KAGRA がターゲットにしている 100 Hz での雑音を計算する。具体的にはサンプリング周波数を 200 Hz にして 100 Hz までの重力勾配雑音を計算する必要がある。

シミュレーションに関しては本実験ではパイプの傾きを 0.3 %としたが、実際の yend においての傾き 0.13 %に設定して実験をする。また、単純なまっすぐなパイプではなく yend 内のパイプの配置を再現して流体シミュレーションを行う。プログラムに関しては高速フーリエ変換する際に適切な窓関数を掛ける必要がある。考察において流量と雑音の関係が不明な点、特に壁面のによる波の影響による雑音の変化を調べるために壁面粗さを変えるなどの追加実験を行う必要がある。

付録 A

平均速度公式の定数

[6] に記載される 4.2 節の平均速度公式のパラメーターを記す。

表 A.1　バザンの公式の P[6]

壁面の種類	p
木材	0.06〜0.16
コンクリート	0.06
金属	0.06〜0.30
れんが	0.16〜0.30
石積	0.16〜0.46

表 A.2　ガンギエ-クッターまたはマニングの公式の n[6]

水路の種類	n
閉管路	
黄鋼管	0.009〜0.013
鋳鉄管	0.011〜0.015
びょう接銅管	0.013〜0.017
純セメント平滑面	0.010〜0.013
コンクリート管	0.012〜0.016
人工水路	
滑らかな木材	0.010〜0.014
コンクリート巻	0.012〜0.018
切石モルタル積	0.013〜0.017
粗石モルタル積	0.017〜0.030
粗石空積	0.025〜0.035
土の開さく水路、直行線状で等断面	0.017〜0.025
土の開さく水路、蛇行した鈍流	0.023〜0.030
岩盤に開さくした水路、滑らかな場合	0.025〜0.035
岩盤に開さくした水路、粗な場合	0.035〜0.045
自然河川	
線形, 断面とも規則正しく、水深が大きい	0.025〜0.033
同上で河川がれき、草岸のもの	0.030〜0.040
蛇行していて淵瀬のあるもの	0.033〜0.045
蛇行していて、水深が小さいもの	0.040〜0.055
水草が多いもの	0.050〜0.080

表 A.3　ヘーゼン-ウイリアムスの公式の C_1[6]

管種	C_1
新しい鋳鉄管	130〜140
普通鋳鉄管	60〜600
銅管	100
ガラス管、黄銅管	140〜150
ヒューム管	120〜140
エタニット管	140
木管	120
れんが造りの暗渠	100〜130

参考文献

[1] 中村卓史・三尾典克・大橋正健編著, 重力波をとらえる-存在の証明からへ, 京都大学学術出版会,1998

[2] 三尾典克著, 相対性理論　基礎から実験的検証まで, サイエンス社,2007

[3] 井上崇著, 重力波望遠鏡における地下水の重力勾配雑音の研究, 宗宮研卒論,2018

[4] 片岡優著, 非線形光学効果を用いた次世代重力波検出器の要素技術開発, 宗宮研修論,2017

[5] 豊倉富太郎・亀本喬司著, 流体力学, 実数出版株式会社,1976

[6] 宮井善弘・木田輝彦・仲谷仁志・巻幅敏秋著, 水力学第 2 版, 森北出版株式会社,2014

[7] クリモトポリマー株式会社、クリモトシングルプレス管,http://www.kuripoly.jp/product/kurimoto_press/

[8] もっと知りたい！ 熱流体解析の基礎 24　第 3 章 流れ : 3.5.4 円管内の流れ https://www.cradle.co.jp/media/column/a184

[9] 武居昌宏著, 単位が取れる流体力学ノート, 講談社,2011

[10] 宗宮健太郎,Newtonian noise from the underground water,TAUP2019 スライド,2019

謝辞

本卒業研究では多くの方から協力や助言をいただきました。また、本年においては新型ウイルスの流行により緊急事態宣言も 2 度発令され、それに伴い大学への登校が不可能な時期が多くありました。このような困難な状況において感染症対策を行いながら実験や発表を行えるように環境の整備をしてくださった、東京工業大学関係者, 研究室の方々に感謝申し上げます。

直接的には特に指導教官の宗宮健太郎先生には研究の基礎や雑音の考察に至るまで様々な助言をいただきました。また、KAGRA への訪問の機会をいただきました。

新型ウイルスの動向が落ち着いていた 11 月に KAGRA へ訪問できたのは大変良い経験となりました。KAGRA では国立天文台重力波プロジェクト推進室の鷲見貴生さんに 1 日お世話になりました。水流やプログラムに関する議論や KAGRA を直接見学しながらの説明は理解と大きなモチベーションに繋がりました。また、研究に対する姿勢など研究者としての助言を多くいただきました。KAGRA 内では古田清司さんに配管の設置位置や KAGRA の構造など多くの説明をいただきました。KAGRA におけるニュートニアンノイズに関するオンラインミーティングでは出席者の方々に本研究結果を議論していただきました。

研究室では本研究を Flow3D を導入して先行してやっていらした先輩の LiuYuting さんに Flow3D の使い方や水流に関する考え方など多のくことを教えていただきました。輪講において今年はオンライン上で行いましたが、そのような不慣れな中で修士 1 年の立原浩輝さん、栗林誠さん、阿部誉さん、オブザーバーの原田健一先生と修士 2 年の小川潤さんには重力波や干渉計のことを丁寧に教えていただき、干渉計への理解が深まりました。また、輪講後に雑談をしてくださり、人と会えない中で精神的に支えていただきました。また、同期の鈴木海堂君には学部 1 年の頃より勉強やプライベートな所でお世話になりました。研究室に入ってからは輪講で不明なところを議論をしたり一層交流を深めることができて、とても楽しかったです。卒業研究をする中でも合間に雑談に付き合ってくれました。

最後に新型ウイルスの影響で容易に会うことができない中で、SNS や電話で精神的に支えてくれた知人、友人、また金銭的にも支えてくれた家族に感謝します。以上で謝辞を閉じたいと思います。