平成29年度 修士論文

重力波検出器KAGRAの
出力モードクリーナの開発

東京工業大学 理学院物理学系 宗宮研究室

16M00319 粕谷順子

平成30 年2 月8 日

概要

Einstein が一般相対性理論 [1] を発表してから 100 年が経つ 2015 年 9 月，米国の重力波検出器 LIGO が重力波の直接検出 [2] を発表した．検出したのは約 410 Mpc の位置のブラックホール連星合体による重力波であった．これにより重力波研究は初検出，さらに一般相対性理論の実験的検証という大きな目標を達成し，新たな段階に突入した．そしてこの初検出を皮切りに，立て続けに重力波の直接検出が報告された．

重力波研究の次の目標は重力波天文学の創成である．重力波は光速で伝搬する時空の歪みで，物質に対する透過率が非常に高く重力波の観測から初期宇宙やブラックホール近傍の物理，強磁場・強密度中での原子の振る舞いなど，未知の現象の解明が期待されている．現在，地上大型重力波検出器は米国に 2 台，欧州に 2 台，そして日本に 1 台あり，全天からの重力波を検出し，到来方向を特定するにはアジアの極東に存在する日本の重力波検出器 KAGRA(かぐら) の存在が大変重要となる．

空間に対する重力波の影響はごく微小で，太陽から地球までの距離を水素原子 1 つ分変化させる程度だという．この大変小さな空間の歪みを地球上で検出するために，KAGRA では様々な技術を用いて感度の向上を目指す．大きな特徴として，干渉計全体を地面振動の小さい地下に建設し，鏡を極低温に冷却して熱雑音を抑えている．さらに，KAGRA では光子の量子性に起因する量子雑音を軽減するために干渉計の光を僅かに漏れ出させて信号取得を行う DC readout[3] を採用する．DC readout する際に干渉計の出力光からノイズを取り除くために必要な装置が出力モードクリーナ (OMC) である．

OMC は 4 枚の鏡で構成される共振器で，信号は透過しノイズは反射するように共振器長が制御される．本研究では，先行研究により決定されている要求値を満たす設計・開発を行う．本修士論文のテーマは大きく 3 つに分かれており，OMC の光共振器の制御方法を確立した (1) プロトタイプ共振器制御実験，実際に KAGRA で使用する OMC を製作し性能の確認を行った (2) セミモノリシック共振器実験，そして精密な制御を要する OMC に必要不可欠である (3) 防振装置の開発 から構成される．プロトタイプ共振器制御実験では，主干渉計の状態によってはこれまで試されていた PDH 法による共振器制御が成立しない場合があることが示唆され，制御方法を変更する必要があった．プロトタイプ共振器を使用した実験で，主干渉計の状態にかかわらず OMC の共振器制御ができる Dither 法での制御に成功した．セミモノリシック共振器実験では，KAGRA で使用する OMC を組み立て，性能評価を行った．共振器の性能を表すパラメータである片道 Gouy 位相は設計値 55.4 度に対し実測値 56.2 度で，十分な性能があることを示した．防振装置の開発では，縦横カップリングがゼロになるような板バネを設計・製作し，性能評価を行い要求値である 20 Hz で 1/100 倍の防振性能を満たすことを示した．

Abstract

On September 14, 2015, two LIGO observatories succeeded in the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger. Starting with this first observation, LIGO observatories announced they have detected the signal of gravitational wave one after another. At the dawn of the gravitational wave astronomy is approaching, it is essential for the gravitational wave detectors to collaborate together.

Gravitational waves are ripples of space-time, first predicted by Albert Einstein nearly 100 years ago. A strain amplitude of gravitational wave is extremely small as 10^{-23} m/m. But it is expected to achieve significant advances in physics such as the physics in the early universe, near black hole, under strong magnetic field, under high pressure. For accurate polarization, it is necessary to combine with Japanese large scale, underground, cryogenic gravitational telescope: KAGRA.

KAGRA is an interferometric gravitational telescope which is under construction in the Kamioka mine, Japan. The two unique features of KAGRA are (i) the entire interferometer is built underground for less seismic vibration and (ii) the sapphire test masses are cooled down to a cryogenic temperature. The gravitational wave signal is obtained with a DC readout scheme, in which a fraction of the carrier light leaking to the AS port is used as a reference field to beat with the gravitational wave signals. For using cryogenic test masses, the sensitivity of KAGRA is limited mainly by quantum noise. In order to reduce quantum noise, KAGRA employs an output mode-cleaner (OMC).

OMC is a resonator that consists of four mirrors located at the output part of the gravitational wave detector that filters out the interferometer signal noise but allows the gravitational wave signal to go through. In this thesis, we show our final results of (i) prototype cavity length control experiment, (ii) performance evaluation test of OMC bow-tie cavity for KAGRA, and (iii) design and performance evaluation test for seismic isolation system. At prototype cavity length control experiment, we succeeded to control using Dither control method. At performance evaluation test of OMC bow-tie cavity for KAGRA, we succeeded to assemble cavity and assess the filter performance with measuring Gouy phase shift: the design value is 55.4 deg and the mean of measured value is 56.2 deg, we decided it to be successful. At design and performance evaluation test for seismic isolation system, we design the blade spring to reduce the vertical-horizontal coupling at the working point and confirmed the isolation ratio is 1/100 at 20 Hz, which satisfies the requirement value.

目 次

概要 **1**

第 1 章　一般相対性理論と重力波 **7**
1.1 Einstein 方程式の線型近似 7
1.2 重力波の解 10
1.3 重力波による影響 11

第 2 章　重力波検出器 **13**
2.1 重力波検出の歴史 13
2.2 これまでに観測されている重力波 14
2.3 マイケルソン干渉計型重力波検出器 15
2.3.1 干渉計型重力波検出器 15
2.3.2 重力波に対する応答 16
2.3.3 周波数応答 17
2.4 変調と復調 17
2.4.1 Phasor Diagram 19
2.5 ファブリ・ペロー・マイケルソン干渉計 19
2.5.1 ファブリ・ペロー共振器 20
2.5.2 フリースペクトラルレンジとフィネス 21
2.5.3 重力波に対する応答 22

第 3 章　重力波検出器 KAGRA **23**
3.1 KAGRA の構成とターゲットソース 23
3.2 重力波ネットワーク 24
3.3 中性子星連星からの重力波 24
3.4 重力波検出器の感度と量子雑音 26
3.4.1 重力波検出器の感度 27
3.4.2 主な雑音源 27
3.4.3 量子雑音と標準量子限界 29
3.5 BAE と DC readout 30
3.5.1 Back-Action Evasion (BAE) 31
3.5.2 DC readout 31

第 4 章　出力モードクリーナ **33**
4.1 出力モードクリーナの役割 33
4.2 基本モード光と高次モード光 35
4.2.1 基本ガウシアンモード 35
4.2.2 エルミートガウシアンモード 36
4.3 出力モードクリーナの制御 37

4.3.1 制御の種類 . . . 37
4.3.2 制御の安定性 . . . 38
4.3.3 共振器長制御 . . . 39

第 5 章 出力モードクリーナの要求値と設計 42
5.1 共振器の要求値と光学設計 . . . 42
5.1.1 共振器設計理論 . . . 42
5.1.2 要求値からの要請 . . . 43
5.1.3 Waldman 方式による共振器長と Gouy 位相の選択 . . . 45
5.1.4 OMC の光学設計まとめ . . . 45
5.2 防振に対する要求値 . . . 46

第 6 章 プロトタイプ共振器制御実験 47
6.1 信号取得方法の違いによる実験系の違い . . . 47
6.2 光学系の設計 . . . 48
6.3 Dither 制御実験 . . . 48
6.4 伝達関数測定 . . . 50

第 7 章 セミモノリシック共振器実験 53
7.1 セミモノリシック共振器 . . . 53
7.2 光学系 . . . 55
7.3 アセンブリ手順 . . . 56
7.3.1 接着剤安定化 . . . 58
7.3.2 円形鏡のウェッジ方向判別 . . . 59
7.3.3 レーザー周波数掃引を用いた共振実験 . . . 60
7.4 性能測定 . . . 60
7.4.1 Gouy 位相測定 . . . 60
7.4.2 フィネス測定 . . . 60
7.5 測定結果 . . . 62
7.5.1 Gouy 位相 . . . 62
7.5.2 フィネス . . . 65
7.6 KAGRA 用 OMC の共振器の評価 . . . 66

第 8 章 防振装置 68
8.1 スタック . . . 69
8.2 光学定盤の選定 . . . 69
8.2.1 材料の選定 . . . 69
8.2.2 形状の選定 . . . 69
8.2.3 初期版出力モードクリーナ . . . 71
8.2.4 定盤の安定性とサスペンションポイント . . . 72
8.3 板バネの設計 . . . 74
8.3.1 非線型有限要素法解析 . . . 76
8.3.2 固有モード解析 . . . 77
8.4 ダンピング機構 . . . 78
8.4.1 エディカレントダンピング . . . 78
8.4.2 機械共振ダンピング . . . 80

8.5 ワイヤの選定 81
8.6 フレーム 83
8.7 性能評価 85
8.7.1 実験装置 85
8.7.2 実験結果 87

第 9 章 結論 **90**

第 10 章 KAGRA へのインストールへ向けた課題 **91**
10.1 信号の選択 91
10.2 姿勢制御 91
10.3 防振装置のアップデート 91

付 録 A KAGRA 用 OMC のパラメータリスト **93**

付 録 B プログラムソースコード **94**
B.1 円弧板バネデザイン用 Mathematica コード 94
B.2 Dither 制御シミュレーション用 Finesse コード 95
B.3 片道 Gouy 位相計算用 Matlab コード 96

付 録 C 図面 **100**

関連図書 **108**

謝辞 **109**

第1章　一般相対性理論と重力波

重力波は Einstein が一般相対性理論から予言した時空のさざ波である [1]．この章では Einstein 方程式の線型近似により，重力波の表式を導出する．

本論文で用いる表記法

初めに本論文で使用する表記法を示す．

4 元ベクトル

Minkowski 空間での 4 元ベクトルを以下の式で定義する：

$$x^0 = ct,\ x^1 = x,\ x^2 = y,\ x^3 = z \tag{1.1}$$

INDEX

添え字の表記でテンソルの足が走る範囲を示す：

$$\text{添え字がギリシャ文字 } (\alpha, \beta, \gamma) \quad = \quad 0, 1, 2, 3 \tag{1.2}$$

$$\text{添え字がアルファベットの場合 } (a, b, c) \quad = \quad 1, 2, 3 \tag{1.3}$$

Einstein の縮約記法

同じ項で添え字が重なる場合は和をとる：

$$\sum_{k=1} X^{ka}{}_{bc} Y_{kd}{}^{ef} = X^{ka}{}_{bc} Y_{kd}{}^{ef} \tag{1.4}$$

微分記号

$$\frac{\partial X(t)}{\partial t} = \partial_t X(t) = \dot{X} \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial X}{\partial x^\mu} = \partial_\mu X = X_{,\mu} \tag{1.6}$$

$$\frac{\partial X}{\partial x^\mu} = \partial^\mu X = X^{,\mu} \tag{1.7}$$

1.1　Einstein 方程式の線型近似

一般相対性理論において時間と空間は同等に扱われる．これらを記述する量として計量テンソル $g_{\mu\nu}$ を用いる．重力場のない平坦な空間を Minkowski 空間と呼び，Minkowski 空間の計量テンソルを特に $\eta_{\mu\nu}$ と表記する．Minkowski 空間の計量テンソルは以下の行列で表される [4]：

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

重力場中で計量テンソルが従う方程式が Einstein 方程式であり，以下の式で表される：

$$G^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu} \tag{1.9}$$

上式で $G^{\mu\nu}$ は Einstein テンソル，G は万有引力定数，c は真空中の光速，$T^{\mu\nu}$ はエネルギ・運動量テンソルである．

Einstein 方程式を書きかえるために Riemann 曲率テンソルを導入しよう．Riemann 曲率テンソルは時空の曲がり具合を示す量であり，以下の式で表される：

$$R^{\epsilon}{}_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^{\epsilon}{}_{\sigma\nu} - \partial_\nu \Gamma^{\epsilon}{}_{\sigma\mu} + \Gamma^{\delta}{}_{\sigma\nu}\Gamma^{\epsilon}{}_{\delta\mu} - \Gamma^{\delta}{}_{\sigma\mu}\Gamma^{\epsilon}{}_{\delta\nu} \tag{1.10}$$

$\Gamma^{\delta}{}_{\sigma\nu}$ は Christoffel 記号と呼ばれ，共変微分の接続係数である．定義式を以下に示す：

$$\Gamma^{\epsilon}{}_{\mu\nu} = \frac{g^{\epsilon\sigma}}{2}\left(g_{\sigma\mu,\nu} + g_{\sigma\mu,\nu} - g_{\mu\nu,\sigma}\right) \tag{1.11}$$

Riemann 曲率テンソルを縮約した量として Ricci テンソルが定義される：

$$R_{\mu\nu} = R^{\sigma}{}_{\mu\sigma\nu} \tag{1.12}$$

さらに Ricci テンソルを縮約した量として Ricch スカラー (スカラー曲率) が定義される：

$$R = g^{\mu\nu} R_{\nu\mu} \tag{1.13}$$

これらを用いて Einstein テンソルが定義される：

$$G^{\mu}{}_{\nu} = g^{\mu\sigma} R_{\sigma\mu} - \frac{1}{2}\delta^{\mu}{}_{\nu} R \tag{1.14}$$

したがって，Einstein テンソルの反変成分を定義することにより Einstein 方程式は以下のように書き換えられる：

$$\begin{aligned} G^{\mu\nu} &= g^{\nu\sigma} G^{\mu}{}_{\sigma} \\ &= g^{\nu\sigma}\left(g^{\mu\epsilon} R^{\sigma\nu} - \frac{1}{2}\delta^{\mu}{}_{\sigma} R\right) \\ &= R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R \end{aligned} \tag{1.15}$$

いま，重力が弱い場合を考える．すなわち Minkowski 計量 η_{ij} から h_{ij} だけ微小にずれた計量テンソルを線型近似として考える：

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1 \tag{1.16}$$

はじめに Christoffel 記号を求める．

$$\begin{aligned} \Gamma^{\mu}{}_{\nu\lambda} &= \frac{g^{\mu\sigma}}{2}\left(g_{\sigma\lambda,\nu} + g_{\sigma\nu,\lambda} - g_{\nu\lambda,\sigma}\right) \\ &\simeq \frac{\eta^{\mu\sigma}}{2}\left(h_{\sigma\lambda,\nu} + h_{\sigma\nu,\lambda} - h_{\nu\lambda,\sigma}\right) \end{aligned} \tag{1.17}$$

次に Riemann 曲率テンソルを求める．式 (1.17) を式 (1.10) に代入する．

$$\begin{aligned} R^{\mu}{}_{\nu\sigma\lambda} &= \partial_\delta \Gamma^{\mu}{}_{\nu\lambda} - \partial_\lambda \Gamma^{\mu}{}_{\nu\delta} + \Gamma^{\epsilon}{}_{\nu\lambda}\Gamma^{\mu}{}_{\epsilon\delta} - \Gamma^{\epsilon}{}_{\nu\delta}\Gamma^{\mu}{}_{\nu\lambda} \\ &= \partial_\delta \frac{\eta^{\mu\sigma}}{2}\left(h_{\sigma\lambda,\nu} + h_{\sigma\nu,\lambda} - h_{\nu\lambda,\sigma}\right) - \partial_\lambda \frac{\eta^{\mu\sigma}}{2}\left(h_{\sigma\nu,\delta} + h_{\sigma\delta,\nu} - h_{\nu\delta,\sigma}\right) \\ &\simeq \frac{\eta^{\mu\sigma}}{2}\left(h_{\sigma\lambda,\nu\delta} - h_{\nu\lambda,\sigma\delta} - h_{\sigma\delta,\nu\lambda} + h_{\nu\delta,\sigma\lambda}\right) \end{aligned} \tag{1.18}$$

ここから，Ricch テンソル，Ricch スカラーが計算できる：

$$R_{\nu\lambda} = R^{\delta}{}_{\nu\delta\lambda} \simeq \frac{\eta^{\delta\sigma}}{2}\left(h_{\sigma\lambda,\nu\delta} - h_{\nu\lambda,\sigma\delta} - h_{\sigma\delta,\nu\lambda} + h_{\nu\delta,\sigma\lambda}\right) \tag{1.19}$$

$$R = g^{\nu\lambda}R_{\nu} \simeq \frac{\eta^{\nu\lambda}\eta^{\mu\sigma}}{2}\left(h_{\sigma\lambda,\nu\delta} - h_{\nu\lambda,\sigma\delta} - h_{\sigma\delta,\nu\lambda} + h_{\nu\delta,\sigma\lambda}\right) \tag{1.20}$$

式 (1.19), 式 (1.20) を式 (1.15) に代入する．ここで，以下の表記を用いる：

$$h = \eta^{\mu\nu}h_{\mu\nu} \tag{1.21}$$

$$\Box = \eta^{\mu\nu}\partial_{\mu}\partial_{\nu} \tag{1.22}$$

これらを用いると以下のように計算できる：

$$\begin{aligned} G_{\nu\lambda} = & \frac{\eta^{\delta\sigma}}{2}\left(h_{\sigma\lambda,\nu\delta} - h_{\nu\lambda,\sigma\delta} - h_{\sigma\delta,\nu\lambda} + h_{\nu\delta,\sigma\lambda}\right) \\ & -\frac{1}{2}\left(\eta_{\nu\lambda} + h_{\nu\lambda}\right)\frac{\eta^{\nu\lambda}\eta^{\mu\sigma}}{2}\left(h_{\sigma\lambda,\nu\delta} - h_{\nu\lambda,\sigma\delta} - h_{\sigma\delta,\nu\lambda} + h_{\nu\delta,\sigma\lambda}\right) \\ \simeq & \frac{1}{2}\left(h^{\delta}{}_{\lambda,\nu\delta} - h^{\delta}{}_{\nu,\lambda\delta} + \eta_{\nu\lambda}\Box h - \Box h_{\nu\lambda} - h_{,\nu\lambda} - \eta_{\nu\lambda}h^{\delta\sigma}{}_{,\delta\sigma}\right) \end{aligned} \tag{1.23}$$

さらに以下の表記を用いる：

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{\eta_{\mu\nu}}{2}h \tag{1.24}$$

$$\to \tilde{h} = \eta_{\mu\nu}\tilde{h}_{\mu\nu} = -h \tag{1.25}$$

この定義を用いると式 (1.23) が書き換えられる：

$$G_{\nu\lambda} = \frac{1}{2}\left(\tilde{h}^{\delta}{}_{\lambda,\nu\delta} + \tilde{h}^{\delta}{}_{\nu\lambda\delta} - \eta_{\mu\nu}\tilde{h}^{\delta\sigma}{}_{\delta\sigma} - \Box\tilde{h}_{\nu\lambda}\right) \tag{1.26}$$

ここで式 (1.26) をさらに簡略化するために，ゲージ変換を行う：

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + \xi^{\mu}(x) \tag{1.27}$$

このとき，計量テンソルは以下のように計算できる：

$$\begin{aligned} g'_{\mu\nu} &= \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}}\partial x^{\beta}\partial x'^{\nu}g_{\alpha\beta} \\ &= \left(\frac{\partial x'^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}} - \frac{\partial \xi'^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}}\right)\left(\frac{\partial x'^{\beta}}{\partial x'^{\nu}} - \frac{\partial \xi'^{\beta}}{\partial x'^{\nu}}\right)\left(\eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}\right) \\ &= \left(\delta^{\alpha}{}_{\mu} - \xi^{\alpha}{}_{,\mu}\right)\left(\delta^{\beta}{}_{\nu} - \xi^{\beta}{}_{,\nu}\right)\left(\eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}\right)\delta^{\alpha} \\ &= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} - \xi_{\mu,\nu} - \xi_{\nu,\mu} \end{aligned} \tag{1.28}$$

したがって，ゲージ変換後の弱重力場による計量テンソルを $h'_{\mu\nu}$ と書くと，以下のように表せる：

$$h'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \xi_{\mu,\nu} - \xi_{\nu,\mu} \tag{1.29}$$

$$h' = h - 2\xi^{\sigma}{}_{,\sigma} \tag{1.30}$$

$\tilde{h}_{\mu\nu}$ は以下のように変換できる：

$$\begin{aligned} \tilde{h}'_{\mu\nu} &= h'_{\mu\nu} - \frac{\eta_{\mu\nu}}{2}h' \\ &= \tilde{h}_{\mu\nu} - \xi_{\mu,\nu} - \xi_{\nu,\mu} + \eta_{\mu\nu}\xi^{\sigma}{}_{,\sigma} \end{aligned} \tag{1.31}$$

ここで，

$$\tilde{h}'^{\mu}{}_{\nu,\mu} = \tilde{h}^{\mu}{}_{\nu,\mu} - \Box\xi_{\nu} \tag{1.32}$$

となることから，$\tilde{h}'^{\mu}{}_{\nu,\mu} = 0$ となるようなゲージを選ぶこととする．すると Einstein テンソルの成分は以下のように書き表せる：

$$G_{\mu\nu} \quad = \quad -\frac{1}{2}\Box\tilde{h}_{\mu\nu} \tag{1.33}$$

以上より，線型近似の Einstein 方程式は

$$\Box\tilde{h}_{\mu\nu} \quad = \quad -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{1.34}$$

と求められた．

1.2 重力波の解

前節では重力場の従う Einstein 方程式に対し，弱重力場を仮定して線型の重力波の方程式を導出した．次にこの方程式の解である重力波を求める．

線型近似の Einstein 方程式は式 (1.34) で与えられ，真空中では $T_{\mu\nu} = 0$ より書き直される：

$$\Box\tilde{h}_{\mu\nu} = 0 \tag{1.35}$$

この方程式は波動方程式である．もっとも簡単な波動方程式の解である平面波解を求めよう．$a_{\mu\nu}$ を定数として解を示す：

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = a_{\mu\nu}\exp\left(ik\lambda x^{\lambda}\right) \tag{1.36}$$

これを式 (1.35) に代入すると，以下の式が成り立つ：

$$\eta^{\lambda\sigma}a_{\mu\nu}k_{\lambda}k_{\sigma} = 0 \tag{1.37}$$

同様にしてゲージ条件に代入すると，以下の式が成り立つ：

$$\eta^{\lambda\nu}k_{\nu}a_{\mu\lambda} = 0 \tag{1.38}$$

式 (1.37), 式 (1.38) より，2 つの条件式が求められる：

$$k^{\sigma}k_{\sigma} = 0 \tag{1.39}$$

$$k^{\lambda}a_{\mu\lambda} = 0 \tag{1.40}$$

式 (1.39) で表される条件は，重力波は電磁波と同じく真空中で光速で伝わることを示している．また式 (1.40) は重力波の振幅ベクトルと波数ベクトルが直行していることを示しており，重力波が横波であることを示す．ここで，式 (1.27) と同様のゲージ変換をする：

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + \xi^{\mu}(x) \tag{1.41}$$

式 (1.32) より，b_{μ} を定数として ξ_{μ} に以下の条件が課される：

$$\Box\xi_{\mu} = 0 \quad \Rightarrow \quad \xi_{\mu} = b_{\mu}\exp\left(ik_{\lambda}x^{\lambda}\right) \tag{1.42}$$

式 (1.29)，式 (1.30) について，$h' = 0$ となるような b_μ を選択する．このような条件を一般にトレースレス条件と呼ぶ．この場合のトレースレス条件を以下に示す：

$$h_{\mu\nu} = \tilde{h}_{\mu\nu} \tag{1.43}$$

ここで，簡単のため z 方向に重力波が伝搬している場合を考える．つまり，$-k_0 = k_3 = k$, $k_1 = k_2 = 0$ である．ゲージ条件，トレースレス条件はそれぞれ式 (1.40), 式 (1.43) より以下のように求められる：

$$k\left(a_{\mu 0} + a_{\mu 3}\right) = 0 \tag{1.44}$$

$$-a_{00} + a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0 \tag{1.45}$$

$h'_{\mu\nu} = a'_{\mu\nu} \exp\left(ik_\lambda x^\lambda\right)$ として式 (1.29) に代入すると次式を得る：

$$a'_{\mu\nu} = a_{\mu\nu} + k_\mu b_\nu + k_\nu b_\mu \tag{1.46}$$

このとき，c_μ を $a'_{00} = a'_{0i} = 0$ となるように選ぶ：

$$b_0 = \frac{a_{00}}{2k},\ \ b_1 = \frac{a_{01}}{k},\ \ b_2 = \frac{a_{02}}{k},\ \ b_3 = \frac{a_{03} + kb_0}{k} \tag{1.47}$$

また，以下の条件が追加される：

$$a_{30} = a_{03} = 0 \tag{1.48}$$

$$a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0 \tag{1.49}$$

$$a_{3i} = 0 \tag{1.50}$$

これらの条件より，$a_{\mu\nu}$ は独立な成分は 2 つのみとなる．独立な成分を $h_+, h_\times$ で表すと，以下の式で表される：

$$a_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.51}$$

ここで，$a_+, a_\times$ は重力波の持つ 2 つの自由度に対応しており，a_+ はプラスモード，$a_\times$ はクロスモードと呼ばれる．このように適当なゲージをとることによって重力波を表す条件をトランバース・トレース条件 (TT 条件) と呼ぶ．

以上より，真空中で重力波の方程式を満たす解が求められた：

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp[ik\left(ct - z\right)] \tag{1.52}$$

ただし，角振動数を ω として $k = \frac{\omega}{c}$ である．またこの重力波は z 方向に伝搬するものと仮定している．

1.3 重力波による影響

続いて，重力波 (式 (1.52)) による自由質点への影響を調べる．重力波が存在する場合の自由質点の運動は測地線方程式で表される：

$$\frac{du^0}{d\tau} + c^2\Gamma^0{}_{00} + 2c\Gamma^0{}_{0j}u = 0 \tag{1.53}$$

$$\frac{du^k}{d\tau} + c^2\Gamma^k{}_{00} = 0 \tag{1.54}$$

ここで，$h_{0\mu}$=0 より，Christoffel 記号は $\Gamma^{\mu}{}_{00} = \Gamma^{0}{}_{0j} = 0$ となり，式 (1.53), 式 (1.54) について以下の式を満たす：

$$\frac{du^{\mu}}{d\tau}\frac{d^2x^{\mu}}{d\tau^2} = 0 \tag{1.55}$$

この式は，静止している物体に重力波による加速度が加わらないことを示している．このように 1 つの自由質点には重力波の影響は表れない．しかし，このことは自由質点に重力波による影響がないことを示しているわけではない．重力波による影響は，2 つの接近した自由質点の固有距離の変化に現れる．いま，2 つの質点 $x^{\mu}_{(1)} = (0,0,0,0)$, $x^{\mu}_{(2)} = (0,\epsilon,0,0)$ を定義する．2 つの質点間の固有距離は短く，$|\epsilon| \ll 1$ とする．式 (1.55) より，以下の式が成り立つ：

$$\frac{d^2x^{\mu}_{(1)}}{d\tau^2} = 0, \quad \frac{d^2x^{\mu}_{(2)}}{d\tau^2} = 0 \tag{1.56}$$

2 点間の固有距離は以下の式で表される：

$$\begin{aligned}
\int_{x^{\mu}_{(1)}}^{x^{\mu}_{(2)}} |ds| &= \int_{x^{\mu}_{(1)}}^{x^{\mu}_{(2)}} |g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}| \\
&\simeq |g_{11}|^{\frac{1}{2}}\epsilon \\
&\simeq \left(1 + \frac{1}{2}h_{11}\right)\epsilon
\end{aligned} \tag{1.57}$$

2 点間の距離が $\frac{1}{2}h_{11}\epsilon$ だけ変化していることがわかる．このように重力波は自由質点間の距離を変化させるが，この影響は大変小さいことが知られている．地球から 50 Mpc の距離にある半径 10 km，質量 1.4 $\mathrm{M}_{\odot}$ の中性子星連星の合体を例にすると，重力波の振幅 h は $h \sim 5 \times 10^{-21}$ となり，重力波による自由質点間の距離の変化は 1 m あたり約 2.5×10^{-21} m である．

第2章　重力波検出器

重力波による効果は極めて小さく，Einstein が予言した当初には直接検出は不可能だといわれていた．しかし，現在では技術が進み，世界各国で重力波の直接検出が可能な検出器の建設が進んでいる．重力波検出器には主にレーザー干渉計型と共鳴型の 2 方式が存在するが，現在の主流はレーザー干渉計型重力波検出器である．日本の重力波検出器 KAGRA[5] も干渉計型重力波検出器の 1 つである．

2.1　重力波検出の歴史

はじめに Einstein が特殊相対性理論を発表した．

- 特殊相対性原理: 任意の慣性系は全ての物理現象に対して同等である．
- 光速度不変の原理: 光速度は光源の運動とは無関係に決まる．

この理論には重力場による影響が含まれておらず，慣性系での理論であった．不変量は光速 c だけであるとした．Einstein は時間と空間を区別せず，これを時空と名付けた．1905 年のことである．

1916 年，Einstein は重力場による影響が含まれる一般相対性理論を発表した．一般相対性理論では重力は計量テンソルによって表され，この計量テンソルは式 (1.9) の Einstein 方程式で表される．一般相対性理論が発表された当初から，Einstein 方程式を線型近似し得られる，時空の歪みの伝搬現象である「重力波」が予言された．しかし重力波による影響は非常に小さく，検証は極めて困難であると予想されていた．Newton 力学が一般的であった当時，Einstein の一般相対性理論の古典的検証が始まった．1919 年に Eddington により日食を利用した太陽付近での光線の湾曲の検証がなされ，一般相対性理論に実験的裏付けが加わった．この時に一般相対性理論は Einstein の母語であるドイツ語から英語に翻訳され，一気に広まることになる．

1960 年代，メリーランド大学に所属していた J Weber は，共鳴型重力波検出器「ウェーバー・バー」を開発した．共鳴型重力波検出器では大質量の金属の円柱を使用し，重力波により共鳴振動した円柱の変形を圧電素子で検出する．ウェーバー・バーは検出精度を高めるために 2 台のアルミニウム製の検出器を使用しており，一つは直径約 60 cm，もう一つは直径約 20 cm，長さは共に約 1.5 m である [6]．1969 年，Weber は 2 つのウェーバー・バーで重力波による同時励起を観測したと発表した．いくつかの国や研究機関で議論が白熱したが，現在ではこの信号は正しくなかったとの見解が一般的である．[*1]

1974 年，マサチューセッツ大学に所属していた R Hulse と J Taylor は，周期的にパルス電波を発する中性子星 PSR B1913+16 を発見した．電波を観測していくうちに，パルス周期が変化していることを発見した．彼らはこの現象を，パルサ中性子と他の恒星が連星系を形成していると仮定することで説明できると発表した．発見当時の連星の軌道周期は約 7.75 時間で，強く磁化した中性子星パルサと他の中性子星の連星であると予測した．さらに，この連星の軌道周期が僅かに短くなっていることを発見した．長期間に渡る観測の末，軌道周期の変化が Einstein の一般相対性理論が予測する重力波によるエネルギ損失と正確に一致することを発表した．こうして中性子星連星系の観測から間接的に重力波の存在を証明し，1993 年のノーベル物理学賞が与えられた．

1990 代になると，それまで主流だった共鳴型重力波検出器に変わりマイケルソン干渉計を応用した干渉計型重力波検出器の開発が始まった．大型地上レーザー干渉計型重力波検出器としては，日本の

[*1] 諸説あり．

KAGRA を含め世界に 5 台が建設された．そして 2015 年，米国の 2 台の重力波検出器 LIGO が史上初の重力波の直接検出 [2] に成功した．検出した重力波 GW150914 は，約 36 太陽質量のブラックホールと約 29 太陽質量のブラックホールの合体で発生した．2 つのブラックホールの質量の合計は約 65 太陽質量だが，実際に合体してできたブラックホールの重さは約 62 太陽質量であった．つまり衝突の際に太陽の約 3 倍の重さに相当する莫大なエネルギが重力波として放出された．重力波の初直接検出の功績に対し 2017 年のノーベル物理学賞が与えられた [*2]．

LIGO は稼働とアップグレードを繰り返し，次々と重力波の直接検出に成功した．2017 年 8 月 14 日に検出された重力波 GW170814[7] では，欧州の重力波検出器 Virgo との同時観測を達成し，初の重力波の到来方向の特定に成功した．位置方向特定精度を高め，全天からの重力波を漏れなく検出するためにはさらに多くの検出器での同時観測が必要であり，日本の重力波検出器 KAGRA の稼働が待たれる．

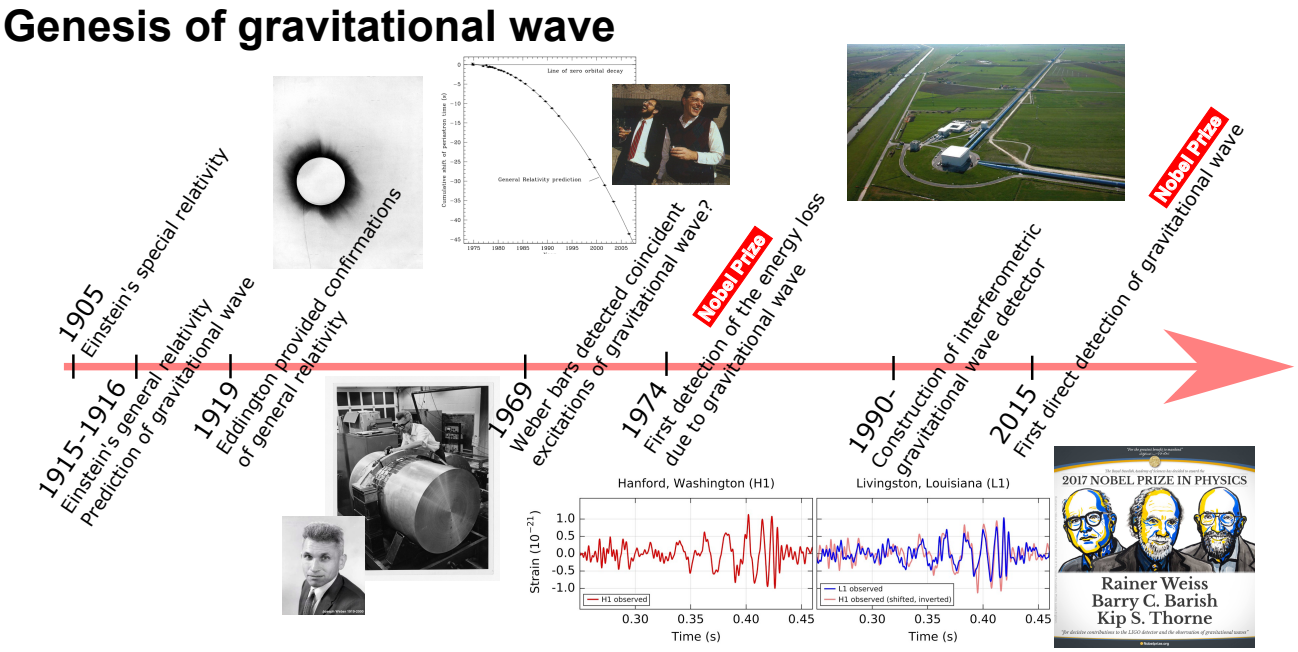


図 2.1: 重力波検出の歴史

2.2 これまでに観測されている重力波

2018 年 2 月 8 日現在までに直接検出され，公表されている重力波の一覧を以下に示す [*3]：

GW150914 [2]

日時: 2015/09/14　距離: 410 Mpc 放出エネルギ: 3.0 $c^2M_\odot$ [*4] 発生源: 35.4 $M_\odot$BH-29.8 $M_\odot$BH
備考: 最初の重力波直接観測

GW151226 [8]

日時: 2015/12/26　距離: 440 Mpc 放出エネルギ: 1.0 $c^2M_\odot$ 発生源: 14.2 $M_\odot$BH-7.5 $M_\odot$BH

GW170104 [9]

日時: 2017/01/04　距離: 880 Mpc 放出エネルギ: 2.0 $c^2M_\odot$ 発生源: 31.2 $M_\odot$BH-19.4 $M_\odot$BH

[*2] 2016 年には，その年のノーベル物理学賞をカリフォルニア工科大学の Kip Thorne と Ronald Drever，マサチューセッツ工科大学の Rainer Weiss が受賞するのではといわれていたが，その年の受賞はならず，Drever は 2017 年 3 月に 85 歳で亡くなってしまった．翌年 2017 年 10 月のノーベル物理学が重力波の初検出に対して与えられ，カリフォルニア工科大学の Kip と Barry Clark Barish，マサチューセッツ工科大学の Rainer が受賞した．

[*3] これ以外に観測の信頼度が低い「重力波候補」として LVT151012 がある．

GW170608 [10]

日時: 2017/06/08　距離: 520 Mpc 放出エネルギ: 0.85 $c^2M_\odot$ 発生源: 12 $M_\odot$BH-7 $M_\odot$BH

GW170814 [7]

日時: 2017/08/14　距離: 540 Mpc 放出エネルギ: 2.7 $c^2M_\odot$ 発生源: 30.5 $M_\odot$BH-25.3 $M_\odot$BH
備考: 最初の 3 つの検出器による同時検出，最初の到来方向観測

GW170817 [11]

日時: 2017/08/17　距離: 40 Mpc　放出エネルギ: >0.025 $c^2M_\odot$ 発生源: 1.36 $M_\odot$NS-1.6 $M_\odot$NS
備考: 最初の中性子星連星からの重力波観測

2.3　マイケルソン干渉計型重力波検出器

マイケルソン干渉計は Albert Michelson が発明した光学実験ある．マイケルソン干渉計は光子の媒質「エーテル」が否定され特殊相対論の裏付けとなったマイケルソン・モーリーの実験で用いられたことで広く知られている．ここでは，マイケルソン干渉計を使用した干渉計型重力波検出器の原理について記す．

2.3.1　干渉計型重力波検出器

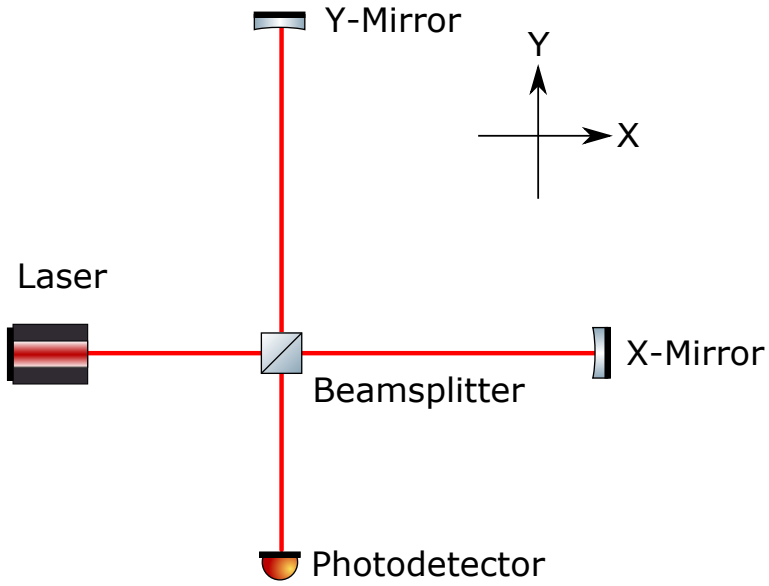


図 2.2: マイケルソン干渉計．ビームスプリッタでレーザー光を 2 つの光路に分け，鏡で反射して元の位置に戻す．このとき干渉縞が発生する．

マイケルソン干渉計を図 2.2 に示す．マイケルソン干渉計に入射したレーザー光は中心のビームスプリッタで x, y 2 つの光路に分かれ，それぞれ鏡で反射しビームスプリッタに戻り干渉縞をつくる．重力波によって空間が歪められると，マイケルソン干渉計の 2 つの腕の長さが変わり，干渉縞も変化する．これを検出するのが重力波検出器である．それでは，この原理を詳しく追っていこう．

[*4] この放出エネルギがどの程度のものか想像しやすくするために素粒子の分野でよく使われる eV の単位に直すと，3.0 $c^2M_\odot = 5.4 \times 10^{47}$ J= 3.375×10^{66} eV $= 3.375 \times 10^{36}$ GeV(グルーチョエレクトロンボルト)= 337.5 不可思議 eV(フカシギエレクトロンボルト) である．

マイケルソン干渉計に入射するレーザーの電場 $E_{\rm in}$ を以下の式で定義する：

$$E_{\rm in} = E_0 \exp\left(i\Omega t\right). \tag{2.1}$$

ここで，Ω はレーザーの角周波数である．ビームスプリッタで x, y 2 つの光路に分けられた光が干渉計の腕を往復した場合に起こる電場の位相変化を ϕ_x, ϕ_y と表す．ビームスプリッタが入射光を 1/2 反射し，1/2 を透過すると仮定すると，マイケルソン干渉計の出力電場は以下の式で表される：

$$E_{\rm out} = \frac{1}{2} E_0 \left(\exp\left(i\left(\Omega t - \phi_x\right)\right) + \exp\left(i\left(\Omega t - \phi_y\right)\right)\right). \tag{2.2}$$

光の強度 P は $P = E^2$ で表され，マイケルソン干渉計の出力強度は以下のように計算できる：

$$P_{\rm out} = \left(\frac{E_0}{2}\right)^2 \left(2 - 2\cos\left(\phi_x - \phi_y\right)\right) = \frac{1}{2} P_{\rm in} \left(1 - \cos\left(\phi_x - \phi_y\right)\right) \tag{2.3}$$

このように，マイケルソン干渉計の出力強度は両腕を往復するときに起こる位相変化の差 $\phi_x - \phi_y$ に依存している．この信号の大きさが重力波検出において重要となる．$P_{\rm out}$ は $\phi_x - \phi_y = \pi$ のとき最大値をとり，$\phi_x - \phi_y = 0$ のとき最小値をとる．

2.3.2 重力波に対する応答

続いて，重力波が到来したときにマイケルソン干渉計の出力がどのように変化するのか計算しよう．図 2.2 に z 方向から $+$ の偏光をもつ重力波が到来すると考える [*5]．この重力波は式 (1.52) において，$h_+ = h\left(t\right), h_\times = 0$ となる．マイケルソン干渉計の腕上を x 方向に運動する光粒子の測地線は，光の伝搬が null ベクトルであることから，以下のように計算できる：

$$\begin{aligned} ds^2 &= -c^2 dt + \left(1 + h\left(t\right)\right) dx^2 \Leftrightarrow dx^2 = \frac{c^2}{1 + h\left(t\right)} dt^2 \\ \Leftrightarrow dx &\simeq \left(1 - \frac{1}{2} h\left(t\right)\right) c dt \end{aligned} \tag{2.4}$$

x 方向の腕の往復にかかる時間を Δt_x とすると，以下の式が成り立つ：

$$\begin{aligned} \frac{2l_x}{c} &= \int_{t-\Delta t_x}^{t} \left(1 - \frac{1}{2} h\left(t'\right)\right) dt' \\ \Leftrightarrow \Delta t_x &= \frac{2l_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\Delta t_x}^{t} h\left(t'\right) dt' \end{aligned} \tag{2.5}$$

いま，$\left|h\left(t\right) \ll 1\right|$ より，$h = 0$ のとき $\Delta t_x = \frac{2l_x}{c}$ となるので，これを積分の下限として採用できる：

$$\Delta t_x = \frac{2l_x}{c} + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2l_x}{c}}^{t} h\left(t'\right) dt' \tag{2.6}$$

これより，往復の位相変化 ϕ_x が計算できた：

$$\begin{aligned} \phi_x &= \Omega \Delta t_x \\ &= \frac{2l_x \Omega}{c} + \frac{\Omega}{2} \int_{t-\frac{2l_x}{c}}^{t} h\left(t'\right) dt' \end{aligned} \tag{2.7}$$

[*5] z の方向は読者側でもこの論文を挟んで読者と逆側でも式は同じである．

y 方向の位相変化 ϕ_y も同様の計算をする．$h(t)$ の符号が負になり，以下のように計算できる：

$$\begin{aligned}\phi_y &= \Omega \Delta t_y \\ &= \frac{2l_y}{c} - \frac{\Omega}{2}\int_{t-\frac{2l_y}{c}}^{t} h\left(t'\right) dt' \end{aligned} \tag{2.8}$$

ここで，基線長 $l \sim l_x \sim l_y$ とし，x, y 方向の基線長の差を $l_- = l_x - l_y$ とする．x, y 方向の位相差を $\phi_- = \phi_x - \phi_y$ とする．

$$\phi_- = \frac{2l_-\Omega}{c} + \Omega\int_{t-\frac{2l_x}{c}}^{t} h\left(t'\right) dt' \tag{2.9}$$

$$\delta\phi_{\mathrm{GW}} = \Omega\int_{t-\frac{2l}{c}}^{t} h\left(t'\right) dt' \tag{2.10}$$

式 (2.9) において，第一項は始めからあったマイケルソン干渉計の腕の長さの差に由来し，第二項は重力波による腕の長さの変化に由来する．$\delta\phi_{\mathrm{GW}}$ が重力波に対するマイケルソン干渉計の応答である．

2.3.3 周波数応答

次に，重力波の周波数と重力波に対するマイケルソン干渉計の応答式 (2.10) の関係を調べる．$h(t)$ をフーリエ分解する：

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega)\exp(i\omega t)\, d\omega \tag{2.11}$$

式 (2.11) を式 (2.10) に代入する：

$$\begin{aligned}\delta\phi_{\mathrm{GW}} &= \Omega\int_{t-\frac{2l}{c}}^{t}\int_{-\infty}^{\infty} h(\omega)\exp\left(i\omega t'\right) d\omega dt' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} 2\frac{\Omega}{\omega}\sin\left(\frac{l\omega}{c}\right)\exp\left(-i\frac{\omega l}{c}\right) h(\omega)\exp(i\omega t)\, d\omega \end{aligned} \tag{2.12}$$

$$H_{\mathrm{MI}} = 2\frac{\Omega}{\omega}\sin\left(\frac{l\omega}{c}\right)\exp\left(-i\frac{\omega l}{c}\right) \tag{2.13}$$

H_{MI} は角周波数 ω の重力波に対するマイケルソン干渉計の周波数応答関数を表す．式 (2.13) はマイケルソン干渉計の基線長 l の関数で，

$$\frac{l\omega}{c} = \frac{\pi}{2} \tag{2.14}$$

の関係が成り立つとき最大となる．つまり，基線長 l と到来した重力波の周波数 ω が式 (2.14) の関係を満たすとき，重力波検出器の感度が最も良くなる．例えば，500 Hz の周波数を持つ重力波に対する最適な基線長は，150 km となる．現実的にはこのような長い基線長のマイケルソン干渉計を作るのは困難なので，マイケルソン干渉計の腕に鏡を追加し，共振器を作ることで光を腕に留め光路長を稼ぐファブリ・ペロー方式が用いられている．

2.4 変調と復調

続いて，干渉計の変化を信号として抽出する方法について記す．この信号は，重力波の検出と，干渉計の感度向上のための鏡の位置制御に使用される．ここでは，KAGRA でも採用されている式 (2.3) に

おいてマイケルソン干渉計から光が漏れ出さないような状態で検出器を運用し，重力波が到来した際に干渉計からの出力光変化で重力波信号を抽出する方法について考える．このように干渉計の出力に光が漏れない状態をダークフリンジと呼び，この状態の出力ポートをダークポートと呼ぶ．重力波によるマイケルソン干渉計の鏡の差動揺らぎ ϕ_- はダークポートの強度変化をもたらす：

$$\begin{aligned} P_{\rm out} &= \left|\frac{1}{2}E_0\exp(-i(\Omega t+\phi_-)) - \frac{1}{2}E_0\exp(-i(\Omega t-\phi_-)\right|^2 \\ &= E_0^2\sin^2\phi_- \end{aligned} \tag{2.15}$$

式 (2.15) から，差動揺らぎ ϕ_- の絶対値に比例した信号を入手できるが，その位相の情報はすでに失われている．したがって，xy 方向の腕のどちらが縮んでどちらが伸びたのか分からない状況となる．これだと干渉計の制御ができないので，差動揺らぎの位相情報を抽出する方法が必要となる．この一つが，レーザー光の一部に位相変調をかけ，この変調された光を用いて信号を取得する方法である．EOM(Electro-Optical Modulator) と呼ばれる，レーザー光を通すと光の一部が位相変調される結晶を使用する．この変調された光をサイドバンドと呼び，一般的に EOM で生成されるサイドバンドは MHz 帯域と高周波なので RF サイドバンドと呼ばれる．変調の強さを表す変調指数を m，変調周波数を ω_m とすると，EOM を通った光の電場は以下のように書ける：

$$\begin{aligned} E_{\rm in} &= E_0\exp(-i(\Omega t + m\sin\omega_m t)) \\ &\simeq E_0\exp(-i\Omega t)(1-im\sin\omega_m t) \end{aligned} \tag{2.16}$$

式 (2.16) の虚部が干渉計鏡の差動変化の信号を得るのに重要な役割を果たす．

次に，マイケルソン干渉計の腕の長さにマクロな差 Δl を付ける．このマクロな差はレーザー光の波長の整数倍に設定されるため，干渉状態には影響がない．干渉計の出力強度は以下のように書ける：

$$\begin{aligned} P_{\rm out} &= \left|\frac{1}{2}E_0e^{-i(\Omega t+\phi_-)}[1+im\sin\omega_{\rm m}(t+\frac{\Delta\ell}{c})] - \frac{1}{2}E_0e^{-i(\Omega t-\phi_-)}[1+im\sin\omega_{\rm m}(t-\frac{\Delta\ell}{c})]\right|^2 \\ &\simeq E_0^2\left|i\left[\sin\phi_- + m\sin\alpha\cos\omega_{\rm m}t\right] - \left[m\sin\phi_-\cos\alpha\sin\omega_{\rm m}t\right]\right|^2 \qquad (\phi_- \ll 1) \\ &= E_0^2\left[\sin^2\phi_- + \frac{m^2}{2}\left(\sin^2\alpha+\sin^2\phi_-\cos^2\alpha\right) \qquad \text{... DC Components}\right. \\ &\qquad +2m\sin\phi_-\sin\alpha\cos\omega_m t \qquad\qquad \text{... } \omega_{\rm m}\text{ Components} \\ &\qquad \left.+\frac{m^2}{2}\left(\sin^2\alpha-\sin^2\phi_-\cos^2\alpha\right)\cos 2\omega_m t\right] \quad \text{... } 2\omega_{\rm m}\text{ Components} \end{aligned} \tag{2.17}$$

ここで，$\alpha = \Delta\omega_m/c$ は両腕のマクロな長さの違い (アシンメトリ) によってサイドバンドにできる位相差である．式 (2.17) から ω_m の周波数を持つ成分だけを取り出すことが出来れば鏡の差動変化 ϕ_- の線型信号が得られる．ここで，出力信号全体に $\cos(\omega_m+\zeta\prime)$ をかけると，信号が DC 成分と $2\omega_m$ の成分に分解され [*6]，さらに元々DC 成分と $2\omega_m$ 成分だった信号も全て ω_m 以上の周波数を持つ RF 成分になるため，適切なローパスフィルタをかければ鏡の差動信号だけを取り出せることが分かる．$\zeta' = \pi/2$ とすると，

$$\begin{aligned} &\sin\phi_-\cos\omega_m t\times\cos\left(\omega_m t+\zeta'\right) \\ \Rightarrow\ &\frac{1}{2}\sin\phi_-\ (\mathrm{DC}) + \sin\phi_-\cos 2\omega_m t \end{aligned} \tag{2.18}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{DC} &\rightarrow \omega_m \\ \omega_m &\rightarrow \underline{\mathrm{DC}} \quad \text{and} \quad 2\omega_m \\ 2\omega_m &\rightarrow \omega_m \quad \text{and} \quad 3\omega_m \end{aligned} \tag{2.19}$$

[*6] $\cos^2 A \rightarrow DC \quad \text{and} \quad \cos 2A$

となる．このように，入射ビームにある周波数の変調をかけ，出力信号にその周波数をかけることでエラー信号を取る方法を「復調」と呼ぶ．また，RF サイドバンドと干渉計の腕のマクロなアシンメトリを用いて信号を取得する方法を Schnupp 変調法と呼ぶ．

2.4.1 Phasor Diagram

変調と復調をしてエラー信号や重力波信号を抽出する際，式 (2.17) のような計算をせずに電場の状況を考える方法がある [13]．この手法では Phasor Diagram と呼ばれる図を使って電場を直観的に説明する．干渉計内の全ての電場は振幅と位相の 2 成分に分けることができる．Phasor Diagram では横軸にキャリア光を固定し，縦軸はキャリア光と 90 度位相のずれた成分をとる．マイケルソン干渉計での状況を Phasor Diagram で図 2.3 のように表す．

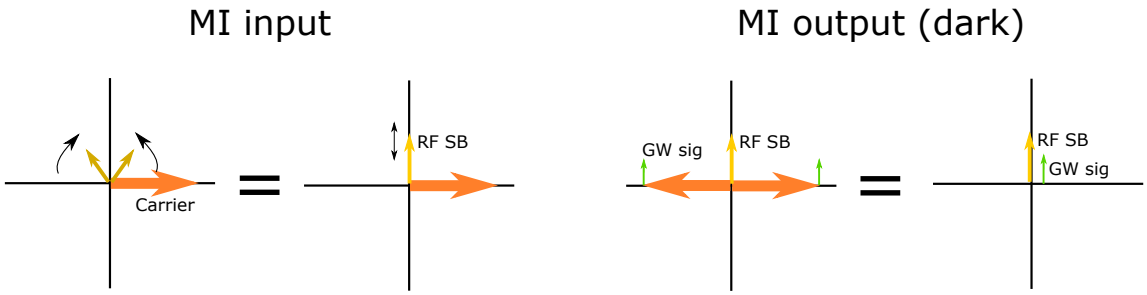


図 2.3: マイケルソン干渉計の入力電場と出力電場の Phasor Diagram．(左) 入力電場のキャリア光を横軸に固定すると，RF サイドバンドの和は Phasor Diagram 上で虚軸上に現れる．(右) マイケルソン干渉計がダークフリンジの場合，キャリア光は実軸上で互いに打ち消しあい，重力波信号は虚軸方向にあらわれる．

マイケルソン干渉計の入射電場のキャリア光を横軸に固定する．この時，EOM で生成されたサイドバンドは Phasor Diagram 上を変調周波数で回転しているが，高周波側に変調された Upper サイドバンドと低周波側に変調された Lower サイドバンドの和を考えると常に虚軸上を $im\sin\omega_m$ で振動する．マイケルソン干渉計のダークポートでは，両腕のキャリア光は互いに打ち消しあい，差動信号の成分のみが残る．アシンメトリのため，RF サイドバンドの一部もダークポートに漏れだす．同じ軸上にある電場は，自乗和されたときにクロスタームを生み出し，これを復調することで信号を抽出する．

$$\begin{aligned} |A+iB|^2 &\rightarrow A^2+B^2, \\ |A+iB+iC|^2 &\rightarrow A^2+B^2+C^2+\underline{2BC}. \end{aligned}$$

RF サイドバンドと信号サイドバンドは共に虚軸上にあるので，信号を抽出できる．このように，干渉計の信号を取り出す際には信号とクロスタームを生み出すような光が必要となる．この光をローカルオシレータと呼ぶ．図 2.3 では，RF サイドバンドがローカルオシレータである．

この図での説明は変調と復調の過程以外でも使われており，キャリア光をどちらかの軸に固定せず，横軸を電場の振幅，縦軸を電場の位相ととり，振幅位相空間で考える場合もある [*7]．

2.5 ファブリ・ペロー・マイケルソン干渉計

本節ではマイケルソン干渉計の腕に共振器を組み込み実効的な腕の長さをのばす「 ファブリ・ペロー・マイケルソン干渉計」の仕組みについて説明する．

[*7] 本修士論文では横軸をキャリア光に固定する場合を Phasor Diagram，振幅に固定した場合を振幅位相グラフと呼ぶ．

2.5.1 ファブリ・ペロー共振器

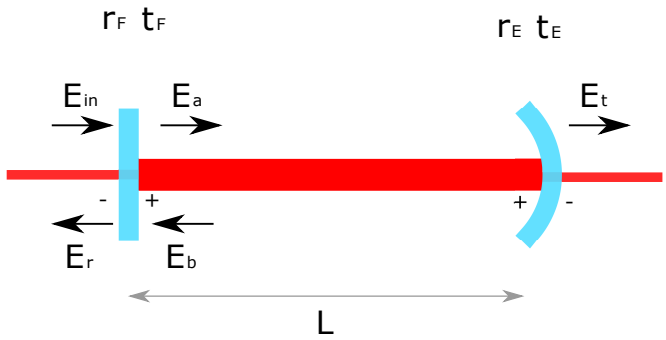


図 2.4: ファブリ・ペロー共振器における電場．左側からレーザーが入射する場合を考える．

2 枚の平行に並べられた鏡で構成された共振器を「 ファブリ・ペロー共振器」と呼ぶ．共振器内での光の変化を計算していこう．図 2.4 のような状況を考える．共振器長 L，光源側の鏡 (フロントミラー) の透過率と反射率を r_F, r_F，光源から遠い鏡 (エンドミラー) の透過率と反射率を r_E, r_E と定義する．光源から入射する電場 $E_{\rm in}$ を以下のように表す：

$$E_{\rm in} = E_0 \exp(i\Omega t). \tag{2.20}$$

共振器内の電場 E_a, E_b と，共振器の反射・透過電場 E_r, E_t は以下のように表せる：

$$E_a = \frac{t_F}{1 - r_F r_E \exp(-i\Phi)} E_{\rm in} \tag{2.21}$$

$$E_b = \frac{t_F r_E \exp(-i\Phi)}{1 - r_F r_E \exp(-i\Phi)} E_{\rm in} \tag{2.22}$$

$$E_r = \left(-r_F + \frac{t_F^2 r_E \exp(-i\Phi)}{1 - r_F r_E \exp(-i\Phi)} \right) E_{\rm in} \tag{2.23}$$

$$E_t = \frac{t_F t_E \exp(-i\frac{\Phi}{2})}{1 - r_F r_E \exp(-i\Phi)} E_{\rm in} \tag{2.24}$$

ここで Φ は光が共振器内を移動するときの位相変化 $2L\Omega/c$ である．式 (2.23) と式 (2.24) から ファブリ・ペロー共振器の反射率と透過率 $r_{\rm cav}(\Phi), t_{\rm cav}(\Phi)$ を定義できる：

$$r_{\rm cav}(\Phi) = \frac{E_r}{E_{\rm in}} = -r_F + \frac{t_F^2 r_E \exp(-i\Phi)}{1 - r_F r_E \exp(-i\Phi)} \tag{2.25}$$

$$t_{\rm cav}(\Phi) = \frac{E_t}{E_{\rm in}} = \frac{t_F t_E \exp(-i\frac{\Phi}{2})}{1 - r_F r_E \exp(-i\Phi)} \tag{2.26}$$

$$\tag{2.27}$$

透過光強度，反射光強度 P_r, P_t はそれぞれ以下のように計算できる：

$$P_r = \frac{\left((t_F^2 + r_F^2) r_E - r_F\right)^2 + 4 r_F r_E (t_F^2 + r_F^2) \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)}{(1 - r_F r_E)^2 \left(1 + F \sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right)} |E_{\rm in}| \tag{2.28}$$

$$P_t = \frac{(t_F t_E)^2}{(1 - r_F r_E)^2} \frac{1}{\left(1 + F \sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right)} |E_{\rm in}| \tag{2.29}$$

ここで，F は，

$$F = \frac{4 r_F r_E}{(1 - r_F r_E)^2} \tag{2.30}$$

で定義される．

2.5.2 フリースペクトラルレンジとフィネス

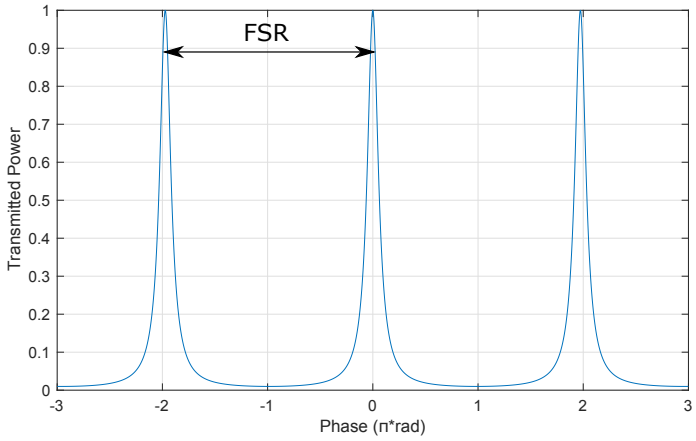


図 2.5: ファブリ・ペロー共振器の透過光強度．縦軸は規格化してある．透過光強度が最大になる点は 2π 周期であらわれ，この間隔を FSR と呼ぶ．

式 (2.29) のプロットを図 2.5 に示す．横軸を Φ，縦軸を透過光強度としている．透過光強度が最大になるとき，共振器内部の光の強度も最大となり，この状況を「共振」と呼ぶ．共振条件は以下の通りである：

$$\Phi = 2n\pi \qquad n : \text{自然数} \tag{2.31}$$

ここで，$\Phi = 2L\Omega/c$ において，共振器長 L を固定すると透過光強度は Ω の周期関数となり，この基本周期を「フリースペクトラルレンジ (FSR=Free Spectral Range)」と呼ぶ．共振ピークの間の間隔 $\nu = \Omega_{\mathrm{FSR}}/2\pi$ は，以下のように表される：

$$\nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{\Omega_{\mathrm{FSR}}}{2\pi} = \frac{c}{2L}. \tag{2.32}$$

また，共振ピークの半値全幅 (FWHM=Full Width Half Maximun)ν_{FWHM} は，$\nu_{\mathrm{FWHM}} \ll \nu_{\mathrm{FSR}}$ のとき，以下の式を満たす：

$$\nu_{\mathrm{FWHM}} = \frac{1}{2\pi}\frac{1 - r_F r_E}{\sqrt{r_F r_E}}\frac{c}{L}. \tag{2.33}$$

ν_{FSR} と ν_{FWHM} の比 $\mathcal{F}$ は「フィネス」と呼ばれ，共振の鋭さを表す値である．フィネスは共振器を構成する鏡の反射率から定義される：

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{\nu_{\mathrm{FWHM}}} = \frac{\pi\sqrt{r_F r_E}}{1 - r_F r_E}. \tag{2.34}$$

2.5.3 重力波に対する応答

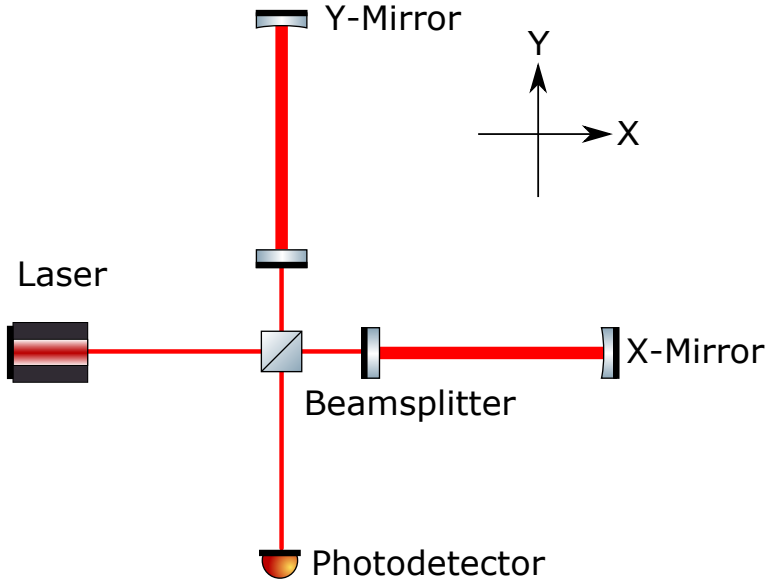


図 2.6: ファブリ・ペロー・マイケルソン干渉計．マイケルソン干渉計の両腕に共振器を組み込み，実効的な腕の長さを伸ばす．

次に， ファブリ・ペロー共振器をマイケルソン干渉計の腕に組みこんだ ファブリ・ペロー・マイケルソン干渉計の重力波に対する応答について考える． ファブリ・ペロー共振器は実効的な重力波検出器の基線長を伸ばし，重力波による空間の歪みである鏡の差動変化を増幅する効果がある．重力波に対する応答はマイケルソン干渉計と同様に $h(t)$ をフーリエ変換することで計算できる：

$$\phi_{\rm GW} = \int_{-\infty}^{\infty} H_{\rm FPMI}(\omega) h(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \tag{2.35}$$

$$H_{\rm FPMI}(\omega) = \frac{t_F^2 r_E}{-r_F + (r_F^2 + t_F^2) r_E} \frac{\Omega}{\omega} \frac{\exp(-i\frac{L\omega}{c})}{1 - r_F r_E \exp(-2i\frac{L\omega}{c})} \sin\left(\frac{L\omega}{c}\right) \tag{2.36}$$

ここで，鏡に光学損失が無く，反射率が 1 に近いとし，$1 \gg L\omega/c$ とすると，以下の近似ができる：

$$|H_{\rm FPMI}(\omega)| \simeq \frac{4L\Omega}{c(1 - r_F r_E)} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}} \tag{2.37}$$

$$\omega_c = \frac{1 - r_F r_E}{\sqrt{r_F r_E}} \frac{c}{2L} = \frac{c}{4L\mathcal{F}} \tag{2.38}$$

ここで，ω はキャビティポールと呼ばれる値である．式 (2.13) のマイケルソン干渉計の重力波に対する周波数応答関数と比較すると，

$$|H_{\rm FPMI}(\omega)| \simeq \frac{4}{T} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}} |H_{\rm MI}(\omega)| \tag{2.39}$$

となり，低周波でのゲイン $4/T$ をもつローパスフィルタ特性を示すことが分かる．ただし，$T = t_F^2$ である．ローパスフィルタの特性により，キャビティポールのよりも低い周波数の重力波は ファブリ・ペロー共振器により増幅されるが，キャビティポールよりも高い周波数の重力波は減衰されてしまう．

第3章　重力波検出器KAGRA

2015 年 9 月 14 日，米国の 2 つの重力波検出器 LIGO が重力波の初検出と，初のブラックホール連星の観測に成功した．この章では，重力波の初検出が達成された今，日本の重力波検出器 KAGRA の役割について記す．

3.1　KAGRA の構成とターゲットソース

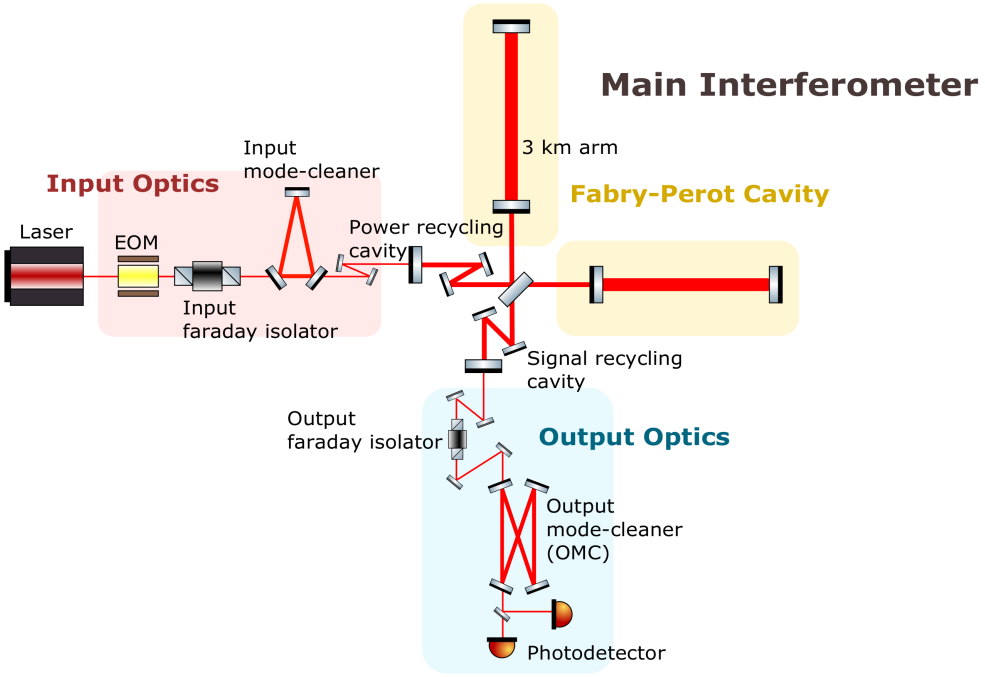


図 3.1: 重力波検出器 KAGRA の構成.

KAGRA[5] の正式名称は Large scale Cryogenic Gravitational wave Telescope の頭文字をとった LCGT で，KAGRA は 2012 年 1 月につけられた愛称である [*1]．KAGRA の特徴として，(1) 干渉計全体が地面振動の小さい地中に建設されていること，(2) 主干渉計を構成する鏡を極低温に冷却していること が挙げられる．KAGRA の構成を図 3.1 に示す．KAGRA のレーザーは 160 W 高出力 1064 nm YAG レーザーである．干渉計は 3 km のファブリ・ペロー共振器を両腕に持ち，共振器内のレーザー強度は約 340 kW に到達する．入力ポートには入射ビーム強度を上げるパワーリサイクリングミラー，出力ポートには重力波信号を増やすシグナルリサイクリングミラーが設置される．KAGRA のメインターゲットソースは中性子星連星から発生する重力波で，この重力波信号に対して高い感度を持つように，シグナルリサイクリング共振器は 3.5 度 detune されている．さらに後述の DC readout[3] による信号抽出方法を採用し，DC readout 位相を 132 度に最適化して 153 MPc[*2] の観測レンジを達成する．DC readout 位相を

[*1] KAmioka GRAvitational wave detector はデマらしい.
[*2] 50 万光年 $= 4.721 \times 10^{18}$m

適切に調節するために，干渉計から出力ポートへ来る光強度は 1 mW と非常に小さい．

3.2　重力波ネットワーク

重力波の初検出が達成された今，我々の次の目標は重力波天文学の創成である．重力波の発生源は超新星爆発やブラックホール連星の合体，中性子星連星の合体，さらにビッグバン由来の背景重力波等，様々である．重力波と物質の相互作用は非常に小さく，重力波はどんなものでも透過できる．これが重力波の検出が難しい原因でもあるが，重力波を観測すればこれまでの X 線や γ 線等の電磁波を用いた天文学では観測できない，ブラックホール付近や中性子星の内部構造，そしてビッグバン直後の宇宙の情報などが観測できる．重力波天文学の創成には，全天から到来する重力波を常に漏れなく観測し，さらに到来方向を判断するために複数の重力波検出器での同時検出が必要である．現在地球上に存在する重力波検出器は，米国の 2 台の検出器 LIGO，ドイツの GEO，イタリアの Virgo，そして日本の KAGRA である．さらに最近，米国の LIGO グループが新たにインドに重力波検出器 LIGO-India の建設を開始することを発表した．

2017 年 10 月までに発表されている重力波の発生源推定を図 3.2 に示す．ここで，GW170814 と GW170817 の推定位置の帯が他のものと比べて小さいことが分かる．これは，この 2 つの重力波以外は 2 台の LIGO によって検出されたものであるが，この 2 つの重力波は 2 台の LIGO に加えてイタリアの Virgo も重力波を検出し，位置推定精度が向上したことを示す．さらに正確な重力波源の位置推定および重力波天文学の発展には，アジア圏の極東部に位置する日本の重力波検出器 KAGRA の参加が不可欠である．

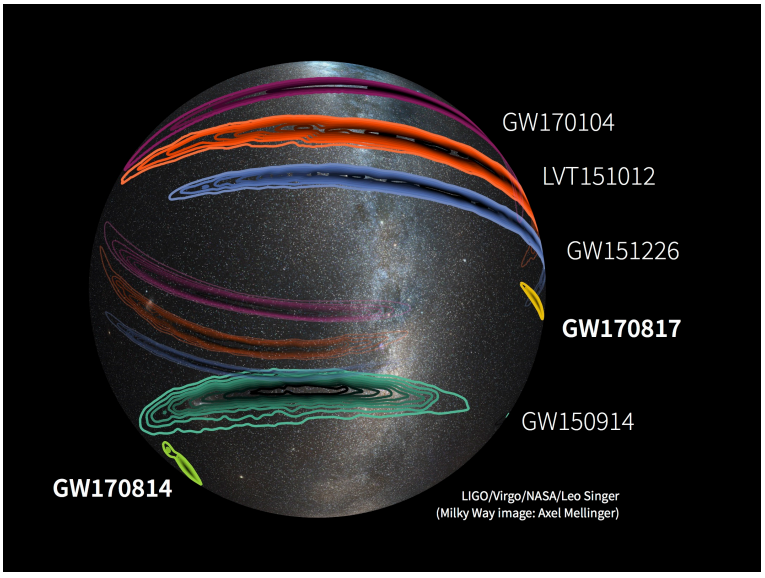


図 3.2: 2017 年 10 月までに発表されている重力波の発生源位置推定．それぞれの帯が複数の検出器での観測で絞られた重力波源の位置を表している．LVT151012[*5] はノイズシグナル比が低く [*6]，重力波と断定できないため「重力波候補」と呼ばれている．©LIGO/Virgo/NASA/Leo Singer (Milky Way image: Axel Mellinger)

3.3　中性子星連星からの重力波

我々が中性子星連からの重力波に焦点を当てた理由として，中性子星連星の合体から生じる重力波を検出することで天文学だけではなく原子核物理や重力場理論など様々な分野で新たな発見が期待されて

[*5] LIGO-VIRGO transient
[*6] 信頼度 2σ

ることが挙げられる．2015 年 9 月に米国 LIGO が初検出し，その後も続々と検出が発表されている重力波はブラックホール同士の合体から発生した重力波が多い．ブラックホールは極めて高密度な特異点を持つ天体で，光すらも強力な重力で引き付け放出されないことから，ブラックホールから発生する情報は重力波だけだと言われている．ブラックホールの内部構造は解明されていないが，事象の地平線の内部の情報を重力波から得られる可能性は低いと考えられている．一方で，中性子星連星の合体の場合は事情が変わる．中性子星もブラックホールと同じく極めて高い密度をもつ天体だが，その内部は我々が観測できる物質が詰まっている．中性子星連星の合体の直前，極めて大きい重力の影響で中性子星は大きく歪む．この歪みの形状は重力波の波形の変化として観測され，波形を詳しく観察することから中性子星の内部構造や，強密度・強磁場中での原子の振る舞いの解明が期待されている．

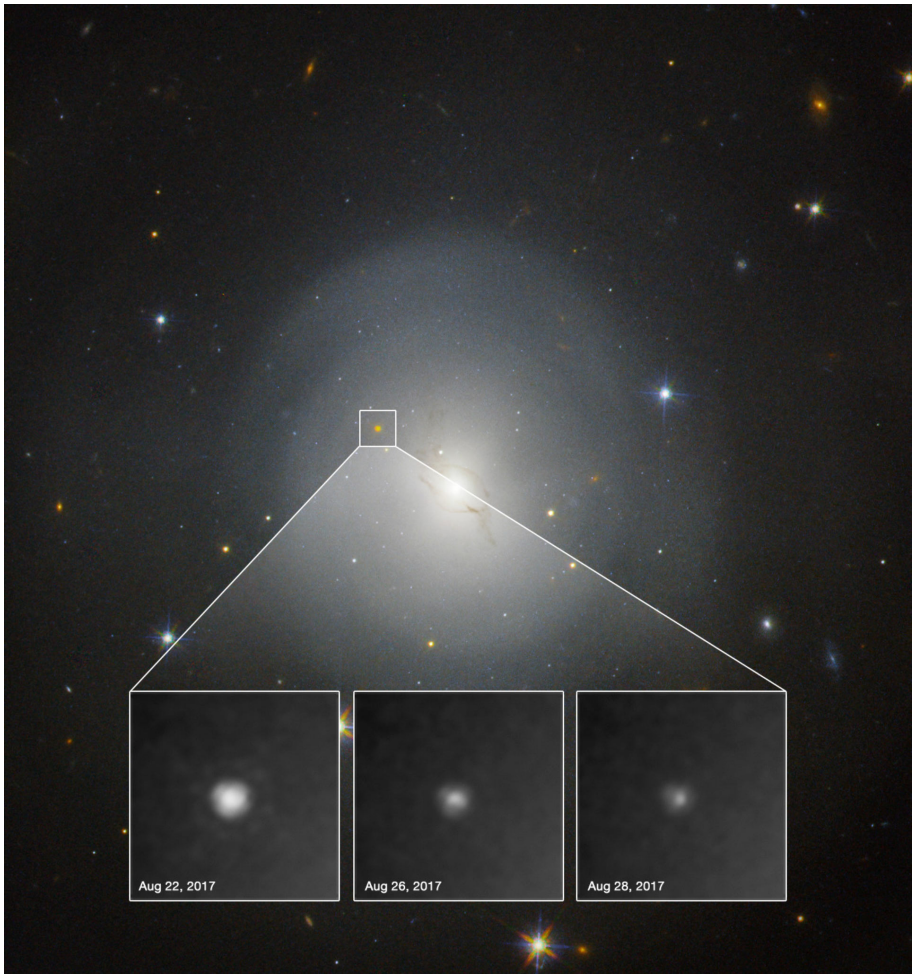


図 3.3: 2017 年 8 月 17 日に観測された中性子星連星合体．約 40 MPc 先の銀河で発生し，重力波は約 100 秒間観測された．重力波の観測後，様々な望遠鏡で観測された．中性子星連星は合体後非常に明るい新天体「キロノヴァ」になった．画像はハッブル宇宙望遠鏡で観測された中性子星連星合体語のキロノヴァで，日が経つにつれて光が弱まっていく様子が分かる．© NASA/ESA/A.J. Levan, University of Warwick/N.R. Tanvir, University of Leicester/A. Fruchter & O. Fox, STScI.

中性子星連星合体からは重力波の他にもガンマ線バーストや，X 線，紫外線，赤外線など様々な形で情報が発せられる．その中で，一番最初に到来する情報が重力波である．2017 年 8 月 17 日の中性子星連星からの重力波検出では，米国の 2 台の LIGO とイタリアの Virgo が重力波を検出し，ただちに世界中の天体観測機関に情報を発信した．このとき，3 台の重力波検出器である程度重力波の方向が絞られていたため，世界中の天体観測機関はその方向に望遠鏡を向け，情報の到来を待った．その結果，検出発表の約 11 時間以内に観測方向に近い NGC4993 という銀河で新しい天体が観測された．さらに重力波

の検出から約 2 秒後にショートガンマ線バーストも検出されていたことが分かり，これは中性子星連星合体からショートガンマ線バーストが発生するというモデルの実証に繋がった．

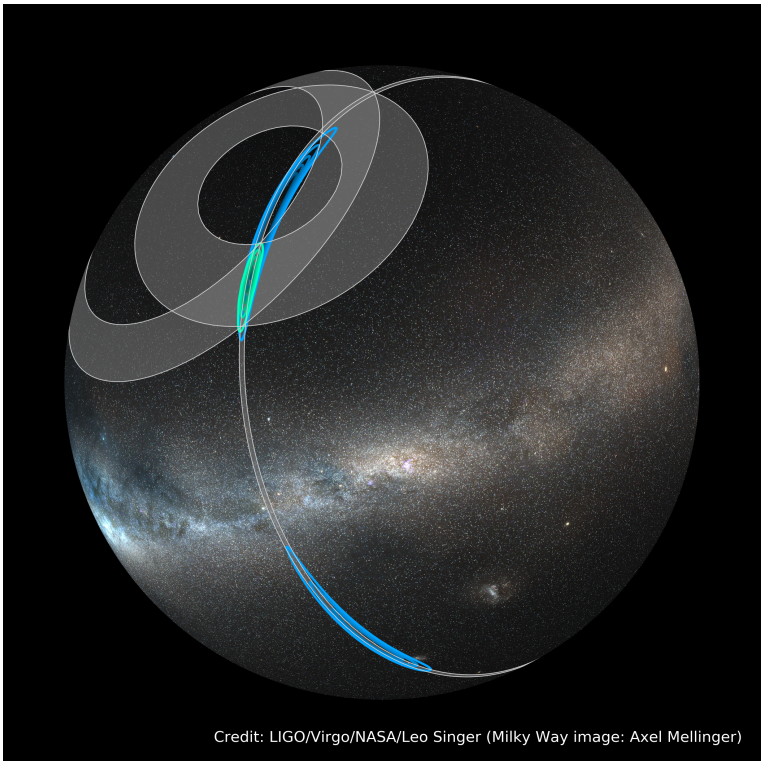


図 3.4: 2017 年 8 月 17 日に検出された中性子星連星からの重力波の到来方向．青色の帯は LIGO Hanford と LIGO Livingston で観測された重力波から推定された重力波の到来方向．緑色の帯は LIGO の情報にイタリアの Virgo で観測した情報を合わせて絞られた範囲．灰色のリングは 3 つの検出器それぞれのペアで三角測量で予測した場合に限定される領域 (信頼度 1σ)．©LIGO/Virgo/NASA/Leo Singer (Milky Way image: Axel Mellinger)

中性子星内部での物質の挙動はいまだ解明されておらず，未解明の状態方程式によって記述されると考えられている．合体直前の潮汐力による中性子星連星の変形は重力波の波形に影響し，今回の重力波検出から，これまで考えられていた状態方程式は正しくないらしいことまで分かっている．このように，中性子星連星からの重力波の検出は多くの分野で非常に強い意味を持っている．

3.4　重力波検出器の感度と量子雑音

重力波は非常に微小な信号で，重力波検出器の感度を向上させるためには様々な雑音を取り除く必要がある．ここでは，重力波検出器の感度の定義と，感度を制限する雑音，特に量子雑音について詳しく述べる．

3.4.1 重力波検出器の感度

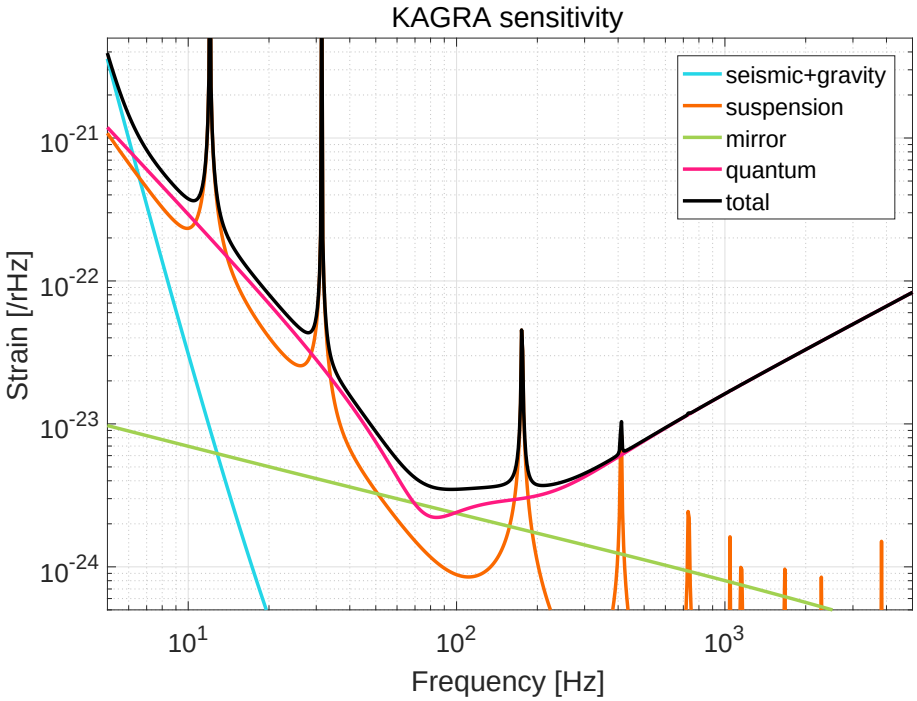


図 3.5: 重力波検出器 KAGRA の感度スペクトル.

重力波検出器の感度スペクトルとは，各周波数帯域での雑音スペクトルを足し合わせたもので重力波検出器の検出能力を表す．重力波検出器 KAGRA の感度曲線を図 3.5 に示す．感度曲線では，各雑音による変位をフーリエ変換してパワースペクトルに変換し，横軸を周波数としてプロットする．縦軸には $1/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ か $\mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ を用いる場合が多い．感度曲線はノイズレベルを足し合わせたものなので，値が小さければ小さいほど感度が高いことを表す．ノイズレベルよりも大きい重力波は感度曲線の上に現れ，検出可能となる．

3.4.2 主な雑音源

重力波検出器の感度を制限する主な雑音源として，地面振動雑音・輻射圧雑音・熱雑音・ショット雑音がある．

地面振動雑音 (Seismic noise)

地震が無いときでも地面は微小に振動している．地面振動が干渉計鏡の位置を動かすと干渉計の光路長が変化し，雑音となる．地面振動のスペクトルは振動の周波数 $f(\mathrm{Hz})$ に依存し，以下の式で近似される：

$$\delta x(f) \sim 10^{-7} \left(\frac{1}{f}\right)^2. \qquad (\mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}}) \tag{3.1}$$

この式から分かるように，地面振動雑音による影響は低周波で大きくなる．干渉計型重力波検出器の鏡は自由質点とするために振り子で懸架されるが，振り子には防振装置としての働きもある．KAGRA では地面振動の影響による感度悪化を抑えるために地上と比較して地面振動の小さい地中に干渉計全体を建設し，さらに干渉計鏡を 13 m の多段振り子で懸架し，100 Hz で 10^{-9} 以上の防振比を実現している．

輻射圧雑音 (Radiation pressure noise)

レーザー光の光子は運動量を持ち，干渉計の鏡は光子から僅かな力を受けている．この力が常に一定であれば鏡の位置は安定するので問題ないが，実際には光子の量子性からレーザー強度の微小な変動が発生し鏡が揺らされる．この雑音を輻射圧雑音と呼ぶ．輻射圧雑音の振幅スペクトルは以下の式で表される：

$$x_{\mathrm{RP}}(f) = \frac{2\mathcal{F}}{\pi m f^2}\sqrt{\frac{2\hbar I}{\pi^3 c\lambda}}. \tag{3.2}$$

ここで，$\mathcal{F}$ は干渉計の腕共振器のフィネス，m は鏡の質量，$\hbar$ はプランク定数，I は干渉計に入射するレーザー強度，c は光速度，λ レーザーの波長である．輻射圧雑音は周波数の二乗で減衰するため，低周波で支配的になる雑音である．また，輻射圧雑音は鏡の質量に反比例するため，重い鏡を使用することで抑えられる．輻射圧雑音については散射雑音と合わせて次節で詳しく説明する．

熱雑音 (Thermal noise)

熱浴に接する物質は常に熱浴から微小な振動を受ける．この振動をブラウン運動と呼び，熱雑音の原因となる．干渉計を構成する部品では，鏡の熱振動 (Mirror Thermal Noise) と懸架系の熱振動 (Suspension Thermal Noise) が干渉計の光路長を変化させる直接的な原因となるため大きな問題となる．熱雑音には主に 3 種類あり，熱浴のブラウン運動が鏡/懸架系の表面の変形を起こし発生する「ブラウニアン熱雑音 (Brownian noise)」，熱浴のブラウン運動がする仕事が鏡/懸架系の温度分布の変化をもたらし，熱膨張率の変化につながる「熱弾性雑音 (Thermo-elastic noise)」，熱浴のブラウン運動がする仕事が鏡の温度分布の変化をもたらし，屈折率の変化につながる「熱屈折雑音 (Thermo-refractive noise)」がある．ここでは，重力波検出器の熱雑音の計算で用いられる熱振動モデルの結果を示す．熱がもたらす揺動は物体の散逸に等しいことを表す揺動散逸定理 (Fluctuation-dissipation Theorem) から，熱振動による変位のスペクトル密度を計算できる．

(1)Viscous Model: 熱振動の減衰力が速度に比例すると仮定

$$\delta x(\omega) \simeq \begin{cases} \sqrt{\frac{4k_{\mathrm{B}}T}{m\omega_0^3 Q}} & (\omega \ll \omega_0) \\ \sqrt{\frac{4k_{\mathrm{B}}T\omega_0}{m\omega^4 Q}} & (\omega \gg \omega_0) \end{cases} \tag{3.3}$$

(2)Structure Model: 減衰力が速度によらず一定と仮定

$$\delta x(\omega) \simeq \begin{cases} \sqrt{\frac{4k_{\mathrm{B}}T\phi_{\mathrm{k}}(\omega)}{m\omega_0^2\omega}} & (\omega \ll \omega_0) \\ \sqrt{\frac{4k_{\mathrm{B}}T\omega_0^2\phi_{\mathrm{k}}(\omega)}{m\omega^5}} & (\omega \gg \omega_0) \end{cases} \tag{3.4}$$

ここで，ω は振動の角周波数，ω_0 は振動の共振周波数，m は質量，Q は熱振動の Q 値，T は温度，k_{B} はボルツマン定数，$\phi_{\mathrm{k}}(\omega)$ は$\phi_{\mathrm{k}}(\omega_0) = 1/Q$ を満たす複素バネ定数である．

KAGRA では鏡の基材として熱伝導率の高いサファイアを使用し，鏡と懸架系を冷却することでブラウニアン熱雑音を抑えている．

散射雑音 (Shot noise)

散射雑音も輻射圧雑音と同じく光子の量子性により発生する雑音で，レーザー干渉計の感度を制限する根本的な雑音である．輻射圧雑音は光子数の微小な変化により鏡の振動が誘発される振動であったが，散射雑音は光子数の変化が干渉計の状態を観察する光検出器に現れることで発生する雑音である．散射雑音は光子数の変化が直接光検出器に現れるため，他の雑音と異なり周波数に依存しない．重力波検出器では高周波帯域で支配的な雑音である．

3.4.3　量子雑音と標準量子限界

前項で説明した雑音源のうち，光子の量子性に起因する輻射圧雑音と散射雑音をまとめて「量子雑音」と呼ぶ．低周波では輻射圧雑音が，高周波では散射雑音が感度を制限する．干渉計内の全ての電場は振幅と位相の 2 成分に分解できる．このことを利用して，量子雑音の議論には横軸を振幅，縦軸を位相にとった振幅位相座標系を用いると分かりやすい．光子の量子性から，光源が存在しない空間でも量子的に光子が出現・消滅の重ね合わせ状態になっている．この状態を「真空場」と呼ぶ．干渉計をダークフリンジで運用するとき，AS ポートから入射する真空場が干渉計の雑音となる (図 3.6)．この雑音を「量子雑音」と呼ぶ．量子雑音は光子の配列を表す位相の揺らぎである散射雑音と，光子の個数を表す振幅の揺らぎである輻射圧雑音がある．

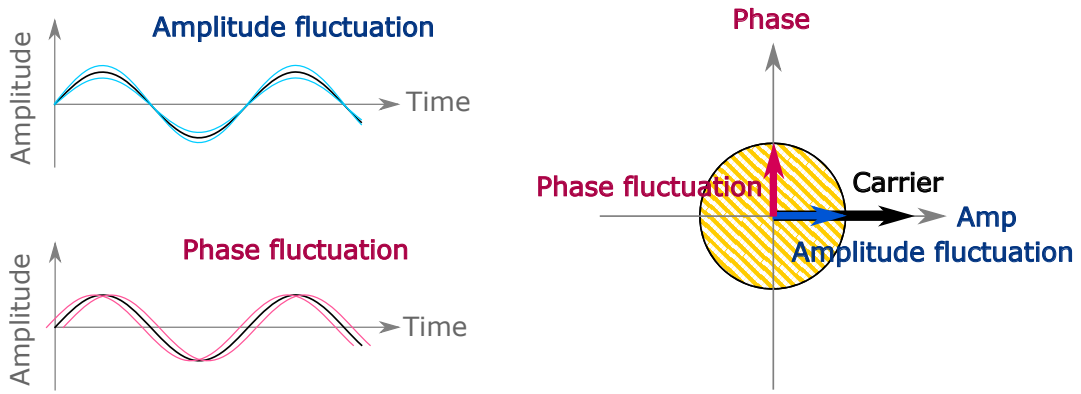


図 3.6: 光の振幅方向と位相方向の揺らぎ．(左) 振幅揺らぎのみ存在する光と位相揺らぎのみ存在する光．(右) 振幅方向と位相方向に揺らぎのある光を振幅位相空間に表した場合．この揺らぎを真空場と呼ぶ．

ここで，AS ポートから干渉計に入射し，再び AS ポートに戻る真空場を考える．行列の第一成分で真空場の振幅，第二成分で位相を表す．腕共振器を備えた干渉計のダークポートから入射した真空場を $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ とし，干渉計を経由して再び出力された真空場を $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ とすると，以下の式が成り立つ [14],[15]：

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\mathcal{K} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} e^{2i\beta} + \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} e^{i\beta}. \tag{3.5}$$

ただし，$\mathcal{K}$ は腕共振器のカップリング係数，β は干渉計内での片道位相シフト，α は干渉計から出力される信号の大きさで，以下の式で表される：

$$\mathcal{K} = \frac{8\omega_0 I_0}{mL^2\Omega^2(\gamma^2+\Omega^2)}, \qquad \beta = \arctan\left(\frac{\Omega}{\gamma}\right), \qquad \alpha = \sqrt{\frac{2\omega_0 I_0}{(\gamma^2+\Omega^2)\hbar}}. \tag{3.6}$$

ここで，h は重力波による干渉計の腕の歪み，ω_0 はキャリア光の角周波数，I_0 はビームスプリッタ上でのレーザー強度，m は鏡の質量，L は干渉計の基線長，Ω は測定角周波数，γ はキャビティポールの周波数，$\hbar$ はプランク定数である．重力波信号を検出する際の量子雑音の大きさを干渉計の歪みに換算すると，以下のように表すことができる：

$$h_n = h_{\mathrm{SQL}}\sqrt{\frac{\mathcal{K}^2+1}{2\mathcal{K}}} \tag{3.7}$$

$$h_{\mathrm{SQL}} = \sqrt{\frac{8\hbar}{m\Omega^2L^2}}. \tag{3.8}$$

ここで，h_n の平方根の中身は $\frac{1}{2}\left(\mathcal{K}+\frac{1}{\mathcal{K}}\right)$ の形になっているので，h_n は $\mathcal{K}$ の値に関係なく h_{SQL} よりも小さくできないことが分かる．これが全ての周波数帯域で重力波検出器の感度を制限する雑音で，「標準量

子限界」と呼ぶ．重力波検出器の開発では，この標準量子限界をどうすれば超えられるかが大きなテーマとなる．

さらに，入射した真空場 $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ が振幅方向，位相方向に同じ大きさの成分を持つ振幅位相空間で円形の真空場であるとき (図 3.7 左)，干渉計を経由し出力された真空場 $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ は振幅，位相方向に異なる値を持つ (図 3.7 右)．これは，干渉計の鏡が懸架されている場合，輻射圧雑音の影響で鏡が揺らされ，コヒーレント状態で入射した真空場の振幅成分が位相成分に変換されることが原因である．真空場の変形は真空場が圧縮されて潰れているようであることから,「スクイージング (Squeezing)」と呼ばれ，特に AS ポートから入射した真空場が輻射圧雑音により変形されることを Ponderomotive Squeezing と呼ぶ．

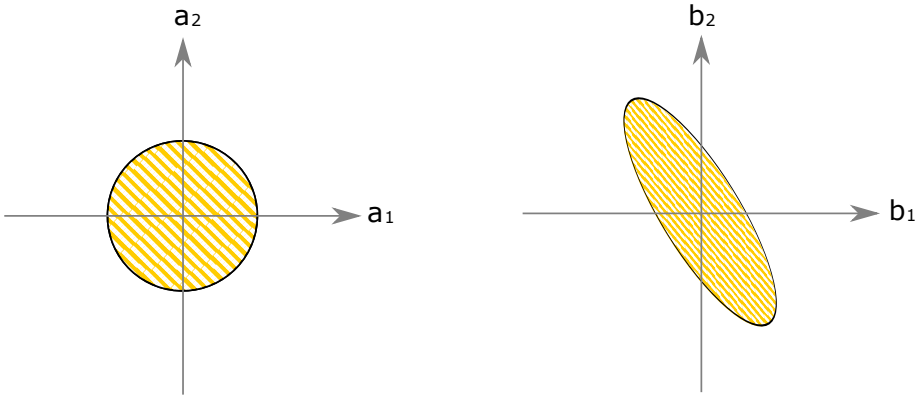


図 3.7: 干渉計での真空場の変化．(左) コヒーレントな真空場．干渉計のダークポートから入射する．(右) 干渉計を通りスクイーズされた真空場．

3.5 BAE と DC readout

前節で量子雑音は全ての周波数帯域で重力波干渉計の感度を低下させていることを説明した．現在運用中・開発中の重力波検出器では，測定技術の向上により実際に量子雑音が干渉計の感度を制限することが分かっている．さらに KAGRA では，全ての干渉計を地下に建設したことで低周波の感度が向上し，ほぼすべての周波数帯域で量子雑音が問題となる．本節では，KAGRA で採用されている量子雑音を低減する方法である Back-Action Evasion (BAE) と，BAE を実現するために採用されている信号抽出方法である DC readout について説明する．

3.5.1 Back-Action Evasion (BAE)

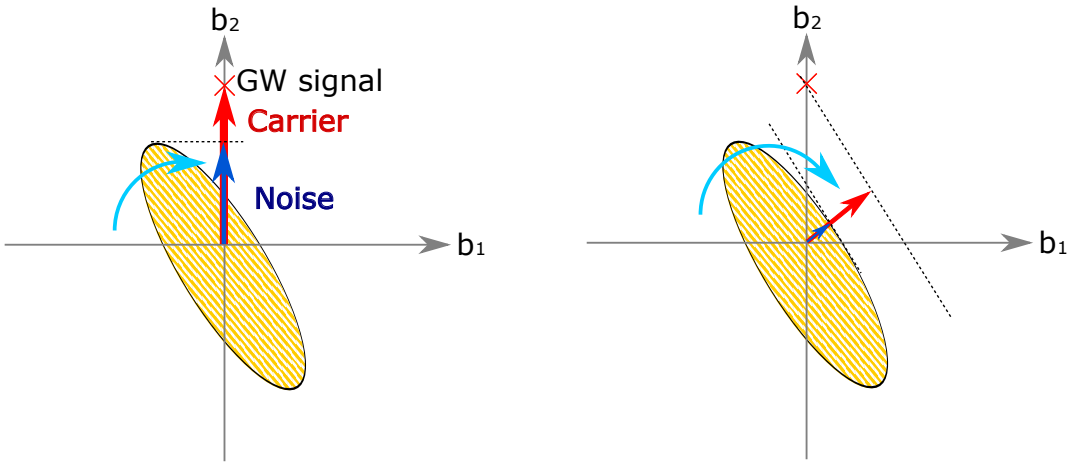


図 3.8: BAE する際のシグナルとノイズ関係．(左) 通常ダークフリンジの重力波信号は位相方向にあらわれる．このままだと SNR が良くない．(右) 信号取得角度を変更した場合，信号自体も小さくなるが SNR を上げることができる．

前節でダークフリンジにロックした干渉計の AS ポートから入射した真空場は，干渉計を経由し輻射圧雑音の影響で変形して AS ポートに戻ることを確認した．重力波信号が到来したときの AS ポートの電場を振幅位相座標平面で考える (図 3.8)．通常，重力波信号は図 3.8 左のように差動成分に現れるため，重力波信号と量子雑音の比 (SNR) は最適な値でない．ここで，図 3.8 右のように重力波信号が現れる角度 (信号取得角度) を量子雑音が小さい方向に変更すれば，SNR が向上することが分かる．このように重力波の信号取得角度を変更し，量子雑音を軽減することを Back-Action Evasion (BAE) と呼ぶ．図 3.8 右のように信号取得角度を ζ にしたとき，式 (3.7) の量子雑音は以下の式に変更される [*7] :

$$h_\zeta = h_{\rm SQL}\sqrt{\frac{(\mathcal{K}+\cot\zeta)^2+1}{2\mathcal{K}}}, \tag{3.9}$$

$$h_{\rm SQL} = \sqrt{\frac{8\hbar}{m\Omega^2 L^2}}. \tag{3.10}$$

ここで，式 (3.9) は SNR で規格化された式ので，SNR を最大にするには，

$$\mathcal{K}+\cot\zeta = 0 \tag{3.11}$$

となるような ζ を取ればよい．この状況は SNR が最大の条件であるが，量子雑音も最小であるとは限らない．次項では信号取得角度の変更方法を説明する

3.5.2 DC readout

RF サイドバンドを参照光にして信号取得をするヘテロダイン検出では，信号取得角度が同相方向に固定されており変更できない．KAGRA では，参照光として干渉計から微小に漏れ出したキャリア光を使用する DC reaodout[3] 法を採用することで信号取得角度の調整が可能となる．キャリア光を干渉計から漏れださせる方法は 2 種類あり，1 つは腕共振器の鏡の僅かな反射率差や曲率誤差によって発生する両腕の僅かなアンバランスで漏れてしまう光を利用する方法である．この方法では共振器鏡を製作する際に故意にアンバランスを作るのではなく，誤差程度の僅かなアンバランスを指している．したがって鏡

[*7] ζ は DC readout 位相である．

が実際に完成するまでどの程度のアンバランスが発生するか予測不可能である．最近発表された KAGRA 用共振器エンド鏡の実測結果 [*8] で，透過率・吸収率・曲率の全てで 2 つの鏡のアンバランスは非常に小さいことが分かっている．この方法で干渉計から漏れだす光は AS ポートの振幅位相グラフ上で振幅方向に現れる (図 3.9)．2 つ目の方法は，干渉計の制御信号に僅かなオフセットを加え制御点をずらす方法である．この方法ではある程度キャリア光量を調節できる．この方法で干渉計から漏れだす光は位相方向に現れる．この 2 つの光のバランスを調節し，信号取得角度を調節する．

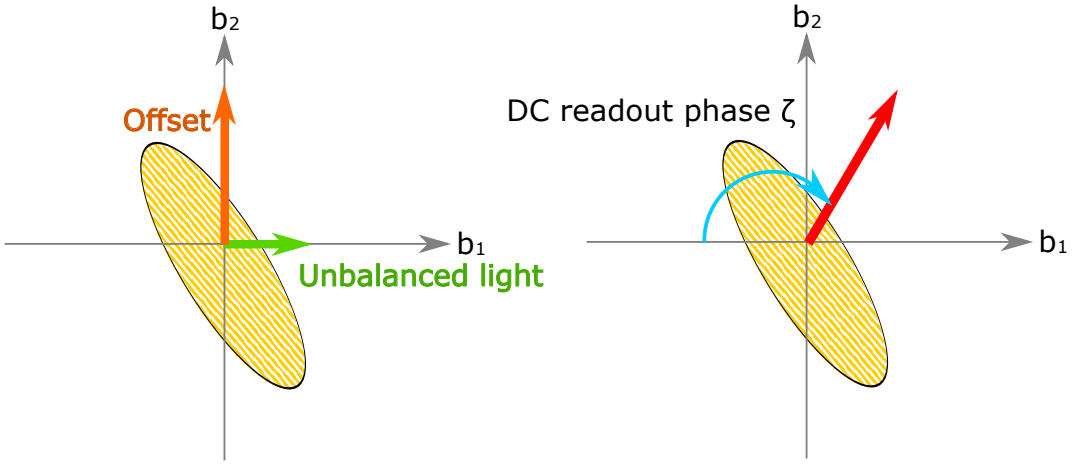


図 3.9: 腕共振器の信号取得角度の変更．(左) ダークポートに漏れ出す光には，マイケルソン干渉計の制御ポイントを変更することで調節できる DC offset と，腕共振器の反射率差から発生する Contrast defect がある．(右) この 2 つの光の比を調節することで信号取得角度を変える．図に示す角度を DC readout 位相と呼ぶ．KAGRA では BAE を実現するために DC readout 位相を 132 度にする．

DC readout では AS ポートに重力波信号を含むキャリア光とキャリア光の高次モード，RF サイドバンドが漏れ出し，高次モードと RF サイトバンドは観測の雑音となる．干渉計での高次モードの生成については第 4 章に記す．この雑音を取り除くために設置される装置が出力モードクリーナ (OMC) である．OMC は DC readout で重力波検出器を運用する場合に必要な装置で，重力波の初検出を達成した LIGO やドイツの GEO でも製作されている [18][16][17].

重力波が干渉計に到来するとキャリア光の周りに重力波信号のサイドバンドが形成されるが，KAGRA では主な観測ターゲットである中性子星連星の合体に感度を最適化させるために，シグナルリサイクリング共振器を detune しており，AS ポートでの信号サイドバンドのバランスが崩れている．したがって，SNR が最も良い信号取得角度を選択するには単に量子雑音が最も小さい角度を選ぶのではなくシグナルリサイクリング共振器の detune 位相と DC readout 位相を組み合わせ，最も SNR の高いパラメータを選択する必要がある．KAGRA ではシグナルリサイクリング共振器を 3.5 度 detune し，DC readout 位相を 132 度に調節することで 153 MPc の観測レンジを達成する予定である．この時の参照光の光量は 1 mW と計算されており，LIGO の 50 mW と比較すると非常に小さい値である．これが KAGRA の OMC が他の検出器の OMC よりも難しい設計となる原因の一つだ．

[*8] JGW-G1807696-v1.

第4章　出力モードクリーナ

出力モードクリーナ (Output Mode Cleaner=OMC) は，重力波検出器の出力信号に含まれる雑音となる成分を除去する装置である．特に DC readout と呼ばれる信号検出方式を採用する際に OMC が必要となり，第 2 章で説明したように，KAGRA でもこの DC readout を用いる．この章では OMC の役割と，その制御について記す．

4.1　出力モードクリーナの役割

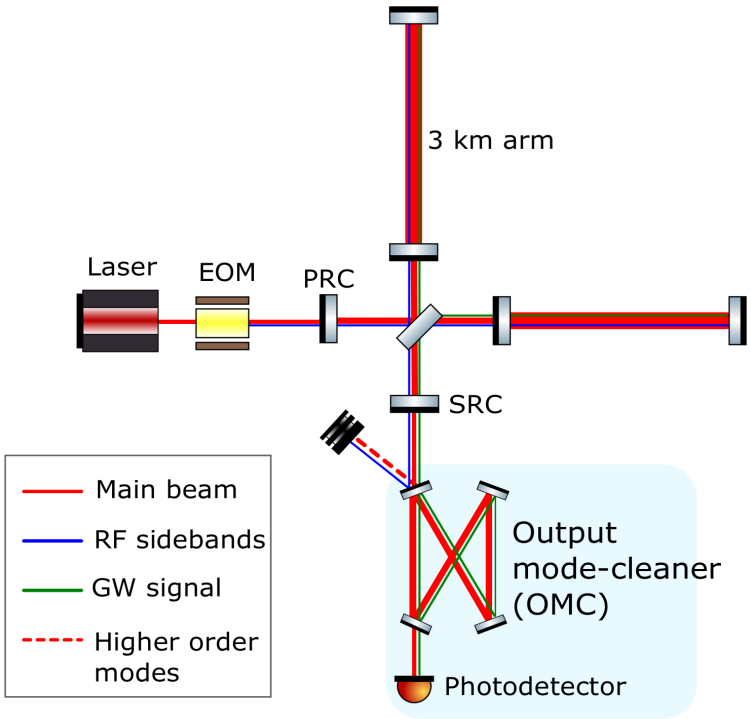


図 4.1: 重力波検出器と OMC.

OMC は干渉計の出力部にある装置で，干渉計の出力からノイズを除去する役割がある．干渉計の出力には主に以下の 4 種類が含まれている：

1. キャリア光の基本モード
2. 重力波信号
3. キャリア光の高次モード
4. RF サイドバンド

これらの光について詳しく見ていこう．干渉計型重力波検出器を図 4.1 に示す．前章で説明したとおり，重力波は巨大なマイケルソン干渉計で検出される．実現可能なマイケルソン干渉計の長さで光路長を稼ぐために，マイケルソン干渉計の両腕には巨大な共振器が入れられる．レーザー光源から出力された光

は EOM で RF サイドバンドが加えられる．これは (4) に当たり，干渉計の鏡制御などに用いられる．その後光は中央のビームスプリッタで 2 つの光路に分けられ，両腕の共振器に入射する．2 つの共振器で増幅された光は再びビームスプリッタに戻るが，この時干渉計はダークフリンジに設定する．重力波が到来すると，2 つの腕共振器の長さに変化が起き，初期状態では光が観測されなかった出力部に光が漏れだす．これを検出することで重力波をとらえるのである．共振器の中でキャリア光は約 1000 回往復し増幅される．KAGRA のレーザー光源の出力は 160 W だが，共振器内部でのレーザー光のパワーは約 340 kW になる．理想的な共振器では，キャリア光は一直線上を往復し，出力は中心が最も強度の高い基本ガウスモードである．一方で，実際の共振器では鏡表面の凹凸や曲率誤差，角度誤差などの要因で，共振器内部で複雑な光路を通る光が生成されてしまう．この光は共振器内での光路によってさまざまな形になり，重力波検出器の雑音となる．一直線上の光路をとる光を基本モード (00 モード)，複雑な光路を通る光を高次モードと呼ぶ．共振器内での高次モード光の生成については 4.2 節で説明する．基本モード光が (1) に当たり，高次モード光が (3) に当たる．KAGRA では初期状態において腕共振器の干渉光が少し漏れるようにセットし，この光を制御や信号検出に使用する．このように出力ポートにおいて干渉計の出力のうちの (1) キャリア光の基本モードを制御に使う方法を DC readout と呼ぶ．また，重力波が到来した場合，キャリア光が腕共振器内を往復している間に (2) 重力波信号が生成される．したがって，出力ポートには (1), (2), (3), (4) の信号が来る．

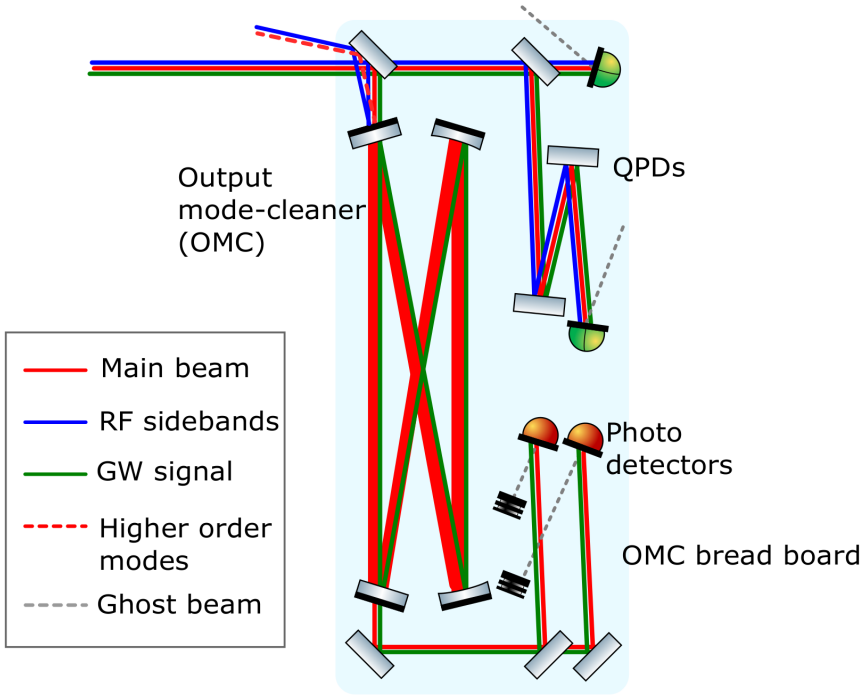


図 4.2: OMC 構造．図中の赤線が (1) キャリア光の基本モード，緑線が (2) 重力波信号，赤点線が (3) キャリア光の高次モード，青線が (4)RF サイドバンドを表す．OMC で (1), (2) は透過し，(3), (4) は反射される．

重力波を検出する際に，検出に必要な成分は (1) キャリア光の基本モードと (2) 重力波信号であり，(3) 高次モードや (4)RF サイドバンドは取り除く必要がある．ここで用いる装置が OMC である．OMC の構造を図 4.2 に示す．出力モードクリーナは，キャリア光の基本モードと高次モードの共振条件が異なることを利用して作られた共振器で，共振器長を適切に設定することで基本モードは透過し高次モードは反射される．共振器は 4 枚の鏡で構成され，その共振器長を適切に制御される．図 4.3 に KAGRA におけるパラメータでシミュレートされた OMC 前後のビームの様子を示す．OMC 前のビームは高次モードが多数含まれた強度分布が確認できるが，OMC 後では高次モードが取り除かれ，中心から円状に強度が分布していることがわかる．

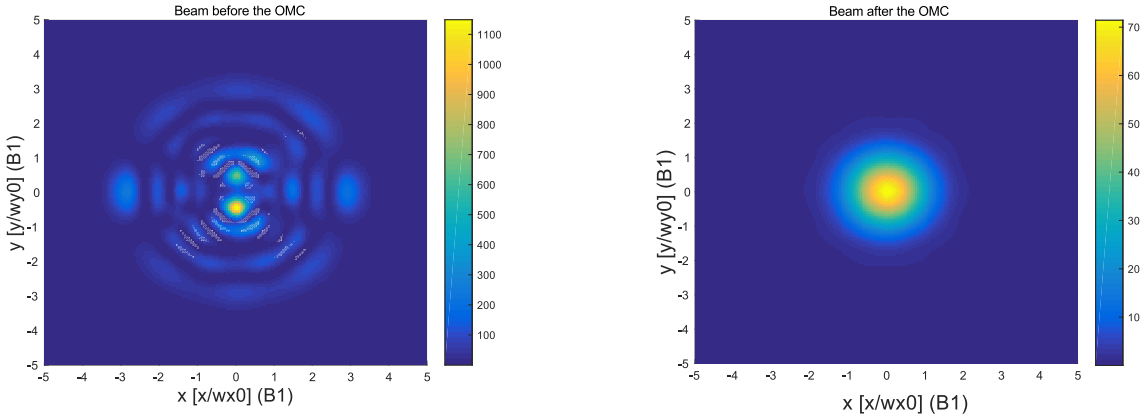


図 4.3: OMC 前後のビーム強度シミュレーションの比較．(左)OMC 前のビームシミュレーション．(右)OMC 後のビームシミュレーション．OMC 前では高次モードを多く含んだ光が確認されるが，OMC 後では高次モードが取り除かれている様子が確認できる．

4.2 基本モード光と高次モード光

干渉計型重力波検出器の入射ビームおよび共振器内部の光のモードには「ガウシアンビーム」と呼ばれる，強度がガウス分布に従うビームを用いる．本節では基本ガウシアンモードと高次モードの違いについて記す．基本モードと高次モードの違いは共振器内での光路である．この光路の違いは位相として記述され，Gouy 位相 ζ と呼ばれる．図 4.4 に模式的な基本モードと高次モードの共振器内での振る舞い示す．2 枚鏡の共振器において，共振器内の一筋の光路を光が往復して共振している場合は中心が最も強度の高い基本モード光となる．一方で，入射光のアライメントが崩れている場合などは同じ場所を往復する基本モード以外の光路で光が共振し，高次モードとなる．

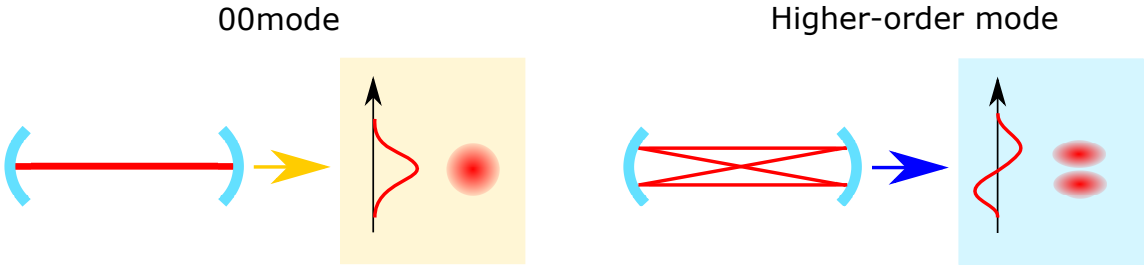


図 4.4: 共振器内の基本モード光と高次モード光の振る舞いの模式図．(左) 基本モード光の共振器内での光路．(右) 高次モード光の共振器内での光路．ここでは例として TEM10 モードを示す．

4.2.1 基本ガウシアンモード

xy 方向にビームの広がりを持ち，z 方向に進むビームを考える．波長 λ，振動数 $\nu_0 = c/\lambda$ のビームの分布は複素振幅の分布関数として以下のように与えられる [20]：

$$\psi^{\mathrm{FG}}(x,y,z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\omega(z)}\exp\left[-\left(\frac{1}{\omega^2(z)}+\frac{ik_0}{2R(z)}\right)(x^2+y^2)+i\zeta(z)\right] \tag{4.1}$$

$$R(z) = z[1+(z/z_{\mathrm{R}})^2] \tag{4.2}$$

$$\omega(z) = \omega_0\sqrt{1+(z/z_{\mathrm{R}})^2} \tag{4.3}$$

$$\zeta(z) = \arctan(z/z_{\mathrm{R}}) \tag{4.4}$$

ここで，$k_0 = 2\pi\nu_0/c$ は平面波の波数，$R(z)$ はビームの等位相面の曲率半径，$\omega(z)$ は位置 z におけるビームの半径，ω_0 はビームウエスト半径半径，z_R はレイリーレンジ，$\zeta(z)$ は Gouy 位相を表す．ビーム半径は，ある x, y 平面において $x = 0, y = 0$ でのビーム強度に対して強度が e^{-2} に減少する位置の半径である．レイリーレンジはビームが平面波と見なせる範囲を示す．Gouy 位相は基本ガウシアンビームと後述の高次モードの空間位相差を表し，共振器の設計に重要なパラメータである．式 (4.1) より，ガウシアンビームの強度は，

$$|\psi^{\mathrm{FG}}(x, y, z)|^2 \propto \exp\left(\frac{-2(x^2 + y^2)}{\omega^2(z)}\right) \tag{4.5}$$

と表せ，z 方向に進行するビームの強度は xy 平面内でガウス分布に従うことが分かる．

4.2.2 エルミートガウシアンモード

次に，高次モードについて考える．高次モードは共振器の入射ビームのアライメントがずれている場合や共振器鏡のミスアライメント，曲率誤差などで発生するモードで，レーザーの出力光にも含まれる．エルミートガウシアンモードはエルミート多項式を用いて以下のように表せる：

$$\begin{aligned}
\psi^{\mathrm{HG}}_{m,n}(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{H_m(\xi)}{\sqrt{2^m m!}} \frac{H_n(\eta)}{\sqrt{2^n n!}} \sqrt{\frac{k_0}{\pi z_\mathrm{R}}} \cos\zeta \\
&\quad \cdot \exp\left[-(1 + i\tan\zeta)\frac{\xi^2 + \eta^2}{2} + i(1 + m + n)\zeta\right] \qquad (4.6) \\
&= \frac{H_m(\xi)}{\sqrt{2^m m!}} \frac{H_n(\eta)}{\sqrt{2^n n!}} \psi^{\mathrm{HG}}_{00}(\xi, \eta, \zeta) \exp(i(m + n)\zeta) \qquad (4.7) \\
\xi &= \sqrt{\frac{k_0 z_\mathrm{R}}{z^2 + z_\mathrm{R}^2}}\, x, \qquad \eta = \sqrt{\frac{k_0 z_\mathrm{R}}{z^2 + z_\mathrm{R}^2}}\, y, \qquad \zeta = \arctan\left(\frac{z}{z_\mathrm{R}}\right). \qquad (4.8)
\end{aligned}$$

ここで，$(x, y, z) \to (\xi, \eta, \zeta)$ の座標変換について，ζ は Gouy 位相そのもの，ξ, η は $-(\xi^2 + \eta^2)/2$ に指数関数の肩の実部を一致させ取られる．ここから，高次モード $\psi^{\mathrm{HG}}_{m,n}$ では，Gouy 位相のシフトが $(n + m)\zeta(z)$ だけ増加していることが分かる．Gouy 位相が異なるということは共振器内部での光路長が異なることを意味するので，一般的に基本モードと高次モードは同時に共振器内で共振することはない．しかし，共振器の往復分の Gouy 位相シフトが 2π の整数倍に近い場合は，基本モードと同時に高次モードが共振する場合がある．したがって，共振器を設計する場合は高次モードの共振が基本モードの共振と重ならないように，共振器長と共振器鏡の曲率を調整する必要がある．

高次モードの表記法として，エルミートガウシアンモードとは別に極座標を用いたラゲールガウシアンモードがある．この 2 つの表記法は次数 N の高次モードにおいて一方を他方の線型結合で表すことができる．一般的に，共振器内での高次モードでは，エルミートガウシアンモードは入射光のアライメントのずれから，ラゲールガウシアンモードは共振器鏡の曲率のずれから発生する．

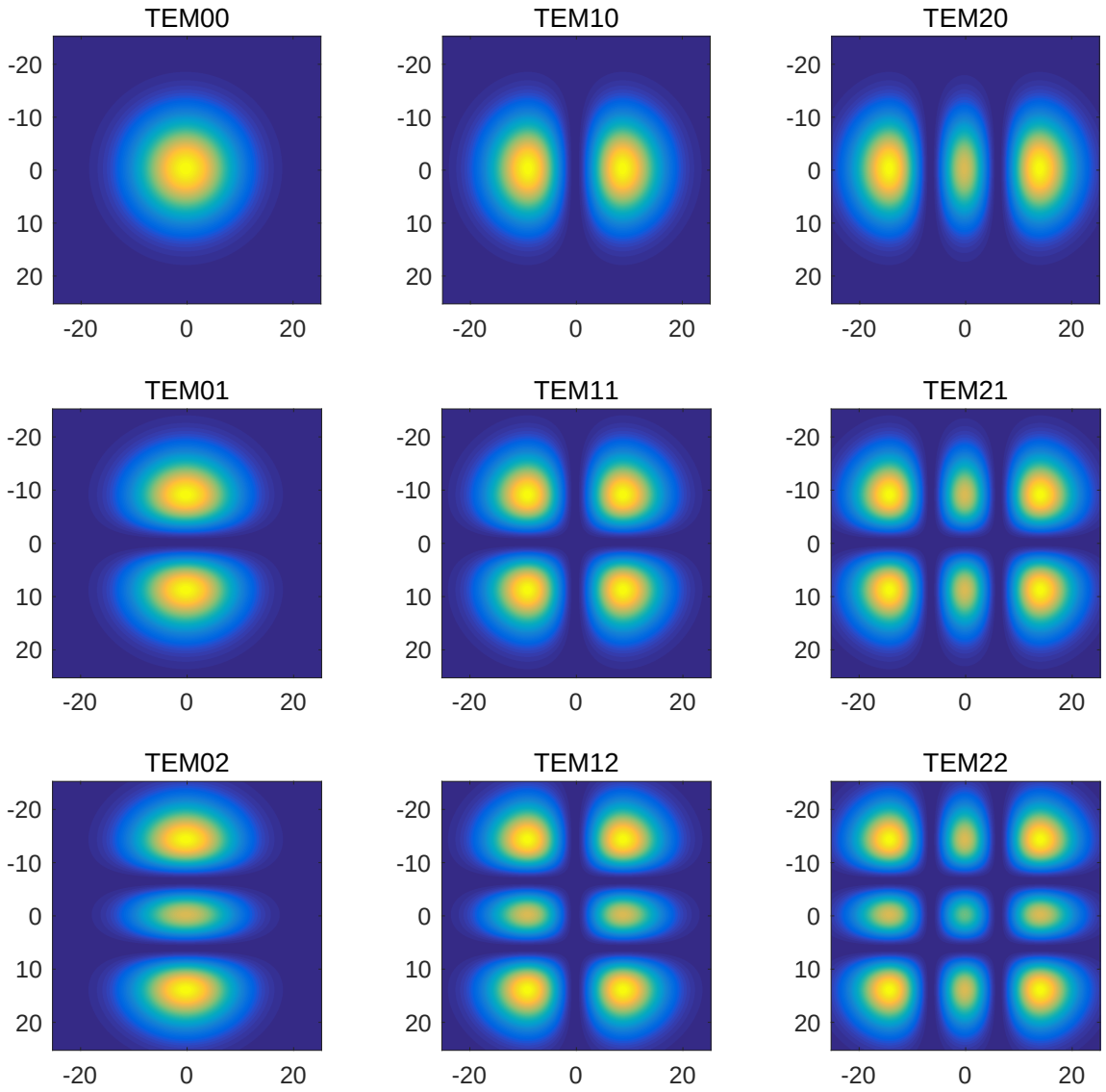


図 4.5: エルミートーガウシアンモードにおける基本モードと高次モード．ビームウエストでの強度分布を色で示す．黄色に近い色は強度が高い部分を示し，紺に近い色は強度が低い部分を示す．TEM00 から TEM22 モードまでの 9 パターンをプロットした．

4.3　出力モードクリーナの制御

前節で，OMC ではキャリア光の基本モードは透過し高次モードや RF サイドバンドは反射するような共振器長に制御する必要があることを説明した．続いて，OMC の制御方法について説明する．

4.3.1　制御の種類

始めに基本的な制御理論を説明する．まず制御には大きくアクティブ制御とパッシブ制御の 2 種類がある．それぞれの特徴と OMC の制御に利用されている例を以下にまとめる：

アクティブ制御
: アクチュエータと制御信号を用いて強制的に振動を抑えつける制御方法．常にエネルギを必要とし，制御能力が高い．

共振器長制御 / 姿勢制御

パッシブ制御
: 構造の特性を利用して振動を軽減する制御方法．エネルギを必要としないが，制御能力にが弱い．
防振装置の板バネ / 防振装置の振り子 / スタックテーブル

ここでは，共振器長制御に用いられるアクティブ制御について詳しく説明する．さらに，アクティブ制御にも 2 種類の制御が存在する．

フィードバック制御 (クローズドループ制御)
: 常に状態を測定し，目標値からのずれを計算して目標値に近づくように操作量を加える制御方法．外乱に対して強いという利点がある一方，システムの時間応答に安定性が左右され，場合によっては不安定になる．フィードバック制御系を図 4.6 に示す．

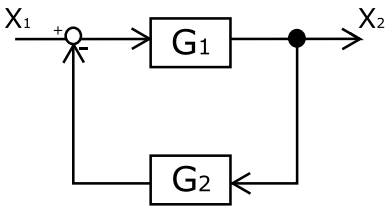


図 4.6: フィードバック制御系

フィードフォワード制御 (オープンループ制御)
: 目標値に制御するために必要な制御量をあらかじめ計算し，制御対象に加える制御方法．フィードバック制御とは逆にシステムの遅延による不安定性はないが，外乱に対して弱い．フィードフォワード制御系を図 4.7 に示す．

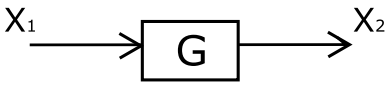


図 4.7: フィードフォワード制御系

共振器長制御ではフィードバック制御を行う．

4.3.2 制御の安定性

制御系において，入力信号と出力信号の関係を示す関数を伝達関数と呼ぶ．図 4.6，図 4.7 において，入力信号，出力信号は X_1, X_2 で表されている．伝達関数 G は，

$$G = \frac{X_1}{X_2} \tag{4.9}$$

で表される．フィードフォワード制御系の伝達関数をオープンループ伝達関数 G_{o}，フィードバック制御系の伝達関数をクローズドループ伝達関数 G_{c} と呼び，それぞれ以下のように表される：

$$G_{\mathrm{o}} = G \tag{4.10}$$

$$G_{\mathrm{s}} = \frac{G_1}{1 - G_2} \tag{4.11}$$

制御系の伝達関数と位相関数の周波数特性を表した図をボード線図と呼ぶ (図 4.8)．ボード線図のうち，ゲインの周波数特性を表した図をゲイン線図，位相の周波数特性を表した図を位相線図と呼ぶ．ゲ

イン線図の縦軸単位はデシベル (dB) で表すのが一般的で，この単位は，ゲインを G とすると $20\log_{10}$G で表される単位である．位相線図の縦軸は角度 (deg) である．横軸は共に周波数 (Hz) である．

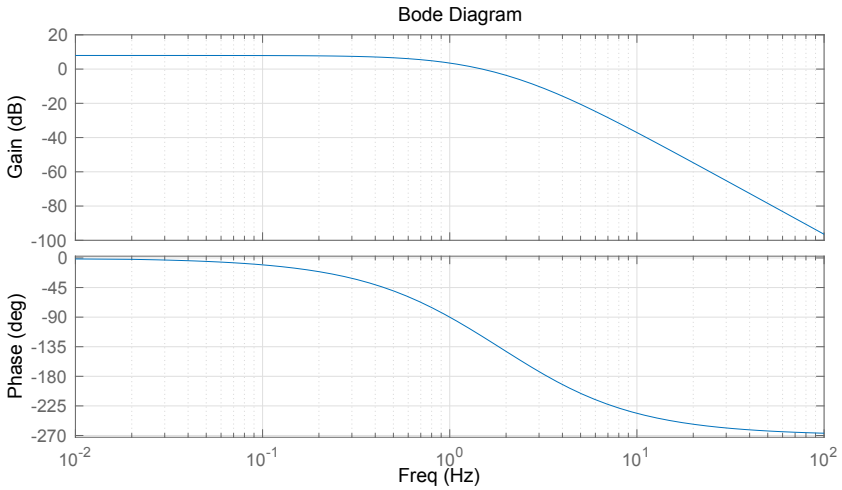


図 4.8: ボード線図．(上) ゲイン線図．(下) 位相線図．

フィードバック制御の安定性を測る方法として，ゲイン余裕と位相余裕がある．ゲイン余裕はフィードバック系のコントローラのゲイン上限を示し，位相余裕はコントローラの遅延の上限を示す．ゲイン余裕，位相余裕共に正の値をもつフィードバック系は安定である．ゲイン余裕と位相余裕の測定方法を詳しく記す．

ゲイン余裕

開ループ伝達関数 $H(s)$ のゲイン線図を考える．位相が -180 度を横切るときの周波数を $f_{\rm cp}$ とする．このときの開ループ伝達関数のゲインは $H(i2\pi f_{\rm cp})$ であり，ゲイン余裕 G_m は以下の式で表される：

$$G_m = \frac{1}{|H(i2\pi f_{\rm cp})|} \tag{4.12}$$

位相余裕

開ループ伝達関数 $H(s)$ の位相線図を考える．ゲイン線図が 0 dB を横切るときの周波数を $f_{\rm cg}$ とする．この周波数を特にユニティゲイン周波数と呼ぶ．このときの開ループ伝達関数の位相を $\theta(i2\pi f_{\rm cg})$ とすると，位相余裕 P_m は以下の式で表される：

$$P_m = \theta(i2\pi f_{\rm cg}) + 180\,{\rm deg} \tag{4.13}$$

4.3.3 共振器長制御

共振器長制御の信号の取得方法として，共振器外に設置された EOM から生成される MHz 帯域の制御信号を使用する PDH 法 (Pound−Drever−Hall technique，発明者の名前に由来) と，共振器内の鏡を kHz 帯周波数で揺らして生成される信号を使用する Dither 法がある．これまで東工大で行われていたプロトタイプ実験では PDH 法による制御が試みられていたが，干渉計と同時制御する際の信号取得方法に問題があり，米国の重力波検出器 LIGO でも採用されている Dither 法による制御に変更した．この節では，それぞれの制御方法の利点と欠点を記す．信号取得の説明には第 2 章に記した Phasor Diagram を使用する．

PDH 制御

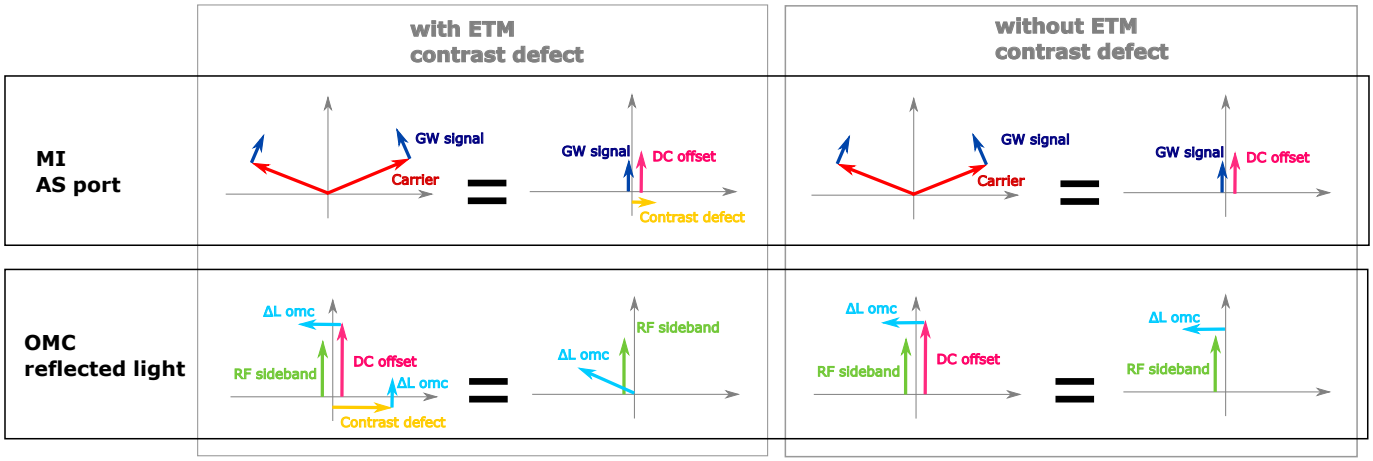


図 4.9: PDH 制御における Phasor Diagram．(上) マイケルソン干渉計の出力ポート．腕共振器の反射率差がある場合と無い場合を比較する．(下)OMC 反射光．こちらも腕共振器の反射率差がある場合と無い場合で比較している．(左下) 腕共振器の反射率差がある場合，OMC 共振器長のエラー信号は RF サイドバンドに対して斜めに出るため，復調してエラー信号を抽出できる．(右下) 腕共振器の反射率差が無い場合，OMC 共振器長のエラー信号は RF サイドバンドに対して直角となる方向に出るため，復調できない．

PDH 法で OMC の共振器長を制御する場合の干渉計の出力ポートの電場を表す Phasor Diagram を図 4.9 に示す．図中，上がマイケルソン干渉計の出力，下が OMC の反射光を表している．まず，マイケルソン干渉計の腕共振器の反射率差がある場合 (図 4.9 左) では，AS ポートには実軸方向に腕共振器の反射率差に起因する電場 (Contrast Defect) が存在し，虚軸上には重力波信号とマイケルソン干渉計の制御ポイントのずれから発生する電場 (DC offset) が存在する．この場合，OMC の反射光では OMC の共振器長のエラー信号は Cotrast Defect と DC offset のサイドバンドとしてあらわれるので，実軸・虚軸ともに成分を持ち，虚軸上に現れる RF サイドバンドとクロスタームをとり復調することができる．一方で，腕共振器の反射率差がない場合 (図 4.9 右) では，AS ポートには虚軸上の DC offset しかあらわれず，OMC の反射光であらわれる OMC 共振器長エラー信号は実軸上のみとなる．したがって，虚軸上の RF サイドバンドとのクロスタームが発生しないので，復調することができず信号抽出できない．腕共振器の反射率差は共振器鏡の僅かな反射率差や曲率誤差で発生するが，これは設計段階からアンバランスを作るのではなく，誤算範囲で発生するアンバランスを使用する [*1]．そしてこの値は鏡が完成するまでどの程度となるか予想ができず，極端な場合反射率差が一切存在しないという可能性もある．このように，PDH 法の制御は干渉計の状態によって成立しない可能性があることが分かり，制御方法の見直しが行われた．

[*1] 反射率差がない場合 BAE もできないので KAGRA のコンセプトに関わる重大な問題である．

Dither 制御

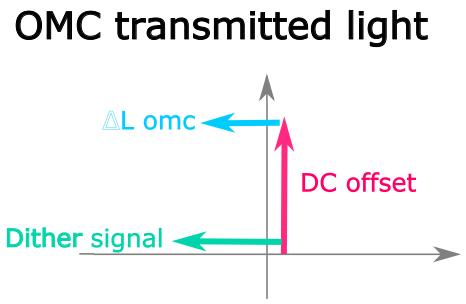


図 4.10: Dither 法で共振器長を制御する場合の OMC 透過光の Phasor Diagram．Dither 信号は振幅方向にあらわれるため，同じく振幅方向に出る共振器長のエラー信号とクロスタームを作り，復調することができる．

制御の困難性が発覚した PDH 法に代わり，現在採用される予定の制御方法が Dither 法である．Dither 法で OMC の共振器長を制御する場合の OMC の透過光の電場を表す Phasor Diagram を図 4.10 に示す．Dither 法では，Contrast Defect が全く無い状況に備えて，Phasor Diagram 上で DC offset から発生する OMC 共振器長のエラー信号と同じ実軸方向に新たにローカルオシレータを生成する．このローカルオシレータは OMC 共振器内の鏡を kHz 帯域の Dither 信号と呼ばれる信号で僅かに揺らすことで発生させる．DC offset はマイケルソン干渉計の制御ポイントを調節することで信号を増やせるので常に存在する．したがって，常に共振器長エラー信号と Dither 信号は実軸上に存在し，クロスタームを発生させて復調し，エラー信号を取り出すことができる．Dither 信号は OMC の透過光でも反射光でも観測できるが，OMC の反射光には高次モード光や RF サンドバンドが含まれる一方，透過光には基本モード光 (と重力波信号) しか含まれないため，透過光を使用したほうが SNR を高く保ち安定した制御が実現できる．このことから，Dither 制御では OMC の透過光を観測するフォトディテクタの信号を制御に使用する [*2]．

[*2] このフォトディテクタは最終的に重力波を観測するものでもある．

第5章　出力モードクリーナの要求値と設計

5.1　共振器の要求値と光学設計

干渉計全体からの要請から，OMC による感度損失の要求値は 5% 以下である．参照光の光量を 1 mW とすると，(i) 重力波信号の損失を 2%以下，(ii)RF サイドバンドによるショットノイズ悪化を 2%以下，(iii) 空間高次モードによるショットノイズ悪化を 1%以下，とすることで，OMC 全体での感度損失を 5%以下にすることができる．次節ではこの要求値を満たすような共振器の設計，および防振・姿勢制御の要求値を示す．

共振器を設計する際には，共振器長と Gouy 位相をパラメータとして使用する．これまでに重力波検出器 KAGRA の OMC の設計資料として [21], [22], [23] があるが，OMC ブレッドボード上での配置からの要請で OMC への入射角や内部の鏡の曲率などに変更点がある．ここでは，最終決定版の KAGRA 用 OMC の設計値を示し，それらを使用したシミュレーションを行う．なお，本節では曖昧さを回避するために片道共振器長，周回共振器長，片道 Gouy 位相，周回 Gouy 位相という表記を用いる．

5.1.1　共振器設計理論

はじめに 2 枚鏡の Fabry-Perot 共振器について考える．共振器の安定性は共振器の鏡に対して定義される g-factor を用いて判断することができる．鏡の曲率半径がそれぞれ R_1, R_2，片道共振器長が L_h のとき，g-factor g_1, g_2 は以下の式で定義される：

$$g_1 = 1 - \frac{L_h}{R_1}, \quad g_2 = 1 - \frac{L_h}{R_2}. \tag{5.1}$$

共振器の安定条件は以下の式で表される：

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1. \tag{5.2}$$

周回 Gouy 位相シフト ζ は空間横モードの間隔を表すパラメータで，基本モードの共振点と高次モード共振点のずれである．Gouy 位相シフトが 2π の整数倍に近い状態は基本モードの共振点で同時に高次モードが共振してしまうことを表す．言い換えると，Gouy 位相シフトを整数倍したものと 2π を整数倍したものが基本モードの共振のバンド幅よりも離れている場合，OMC での高次モードの除去が可能である．Fabry-Perot 共振器内で蓄積した周回 Gouy 位相シフト ζ は，g-factor の積を用いて記述できる：

$$\zeta = 2 \arccos \sqrt{g_1 g_2}. \tag{5.3}$$

ここから，Fabry-Perot 共振器を設計する際には基本モードの共振点で高次モードが共振しないような片道共振器長と鏡の曲率半径を選択する必要があることが分かる．

次に一般化した共振器での Gouy 位相シフトを計算しよう．一般化した共振器の Gouy 位相シフトを計算する場合，光の基本原理である ABCD マトリクス (光線行列) から始める必要がある．まず，z 方向に伝搬する波長 λ の Gaussian ビームを記述する表式として，q-parameter を以下の式で定義する：

$$\frac{1}{q(z)} \equiv \frac{1}{z + i z_R} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega^2(z)}. \tag{5.4}$$

ある各要素が A, B, C, D で表される ABCD マトリクスをもつ光学素子の前後のビームの変化 $q_{\rm in}, q_{\rm out}$ は以下の式で表される：

$$q_{\rm out} = \frac{Aq_{\rm in} + B}{Cq_{\rm in} + D}. \tag{5.5}$$

ここで，共振器であることから $q_{\rm in} = q_{\rm out}$, さらに ABCD マトリクスのユニタリ性から $AD - BC = 1$ が得られ，この 2 つの式から式 (5.5) を解くと，以下の式が得られる：

$$q = \frac{A - D \pm \sqrt{(A + D)^2 - 4}}{2C}. \tag{5.6}$$

q-parameter は複素数であることから，以下の式が導かれる：

$$-1 \leq \frac{A + D}{2} \leq 1, \tag{5.7}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq \frac{A + D + 2}{4} \leq 1. \tag{5.8}$$

いま，式 (5.2) と式 (5.8) を比較すると，一般化された共振器における $\frac{A+D+2}{4}$ が Fabry-Perot 共振器の $g_1 g_2$ に相当することが分かる．したがって，式 (5.8) は一般化された共振器の安定条件に相当する．なお，この式の証明は [24] を参照されたい．さらに，一般化された共振器の周回 Gouy 位相シフトは以下の式で表される：

$$\zeta = 2 \arccos\left(\mathrm{sgn}B \cdot \frac{A + D}{2}\right), \tag{5.9}$$

$$= \mathrm{sgn}B \cdot \arccos\left(\frac{A + D}{2}\right). \tag{5.10}$$

次に，OMC の周回 Gouy 位相シフトを計算するために，周回 ABCD マトリクスを計算する．Bowtie 共振器の周回 ABCD マトリクス $\mathcal{C}$ は以下の式で表される：

$$\mathcal{C}_{\pm} = \mathcal{M}_{\pm}\mathcal{A}(L_2)\mathcal{M}_{\pm}\mathcal{F}(R_{\pm})\mathcal{S}(L_1)\mathcal{M}_{\pm}\mathcal{F}(R_{\pm})\mathcal{S}(L_2)\mathcal{M}_{\pm}\mathcal{S}(L_1) \tag{5.11}$$

この ABCD マトリクスは共振器の 1 巡回に対応する光線行列で，光線の出発点と終着点は任意に選んだ参照点である．$\mathcal{S}(L), \mathcal{F}(R), \mathcal{M}_{\pm}$ はそれぞれ，距離 L の空間の移動，曲率半径 R の鏡での反射，ゼロでない入射角で鏡に反射される際の水平方向の位相反転を表しており，以下の式が対応する：

$$\mathcal{S}(L) = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{F}(R_{\pm}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_{\pm}} & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{M}_{\pm} = \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix}. \tag{5.12}$$

なお，$\mathcal{M}_{\pm}$ については，奇数枚の鏡で構成される共振器では無視できない一方で，Bowtie 共振器のような偶数枚の鏡で構成される共振器ではこの値は常に 1 となり無視できる．さらに，$R_{\pm}$ は，Bowtie 共振器への光の入射角に起因する鉛直方向と水平方向の非点収差を含めた鏡の曲率半径で，以下の式で表される：

$$R_{\pm} = R \cdot (\cos\theta)^{\pm 1} \tag{5.13}$$

式 (5.11) を計算し式 (5.10) に代入すれば，OMC の周回 Gouy 位相シフトが計算できる．

5.1.2 要求値からの要請

ここでは，OMC の要求値から求められる各パラメータへの要請を計算する．

finesse

finesse は鏡の反射率で定義されるパラメータで，光が共振器内を往復する回数を表す．4 枚の鏡の反射率がそれぞれ r_1, r_2, r_3, r_4 で構成される Bowtie 共振器である OMC の finesse $\mathcal{F}$ は以下の式で定義される：

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2 r_3 r_4}}{1 - r_1 r_2 r_3 r_4}. \tag{5.14}$$

鏡に光が入射し反射する際，部材やコーティングにより吸収・散乱・熱に変換され失われる量を表す光損率が定義される．ここから，OMC の光学要求値 (i) 重力波信号の損失を 2%以下 を実現するために共振器内での光の往復回数である finesse の上限が決定される．鏡の光損失率を 40 ppm(=0.004%) とすると，finesse の上限は 800 となる．

Gouy 位相と共振器長

RF サイドバンドの要求値から，共振器長の条件を求められる．DC readout 光量が 1 mW のとき，OMC の光学要求値 (ii)RF サイドバンドによるショットノイズ悪化を 2%以下 を実現するには，OMC を透過する RF サイドバンドの光量を 20 μW 以下に抑える必要がある．OMC を透過する RF サイドバンドの光量は以下の式で表される：

$$T_{\mathrm{RF}} = \frac{(1 - r_1^2 - \mathcal{L})(1 - r_2^2 - \mathcal{L}) r_3^2 r_4^2}{|1 - r_1 r_2 r_3 r_4 \exp(-im\zeta + 2iL\omega_{\mathrm{RF}}/c)|^2} \tag{5.15}$$

ここで，$\mathcal{L}$ は鏡のロスを表す．AS ポートに来る RF サイドバンドは $\pm$16.875 MHz である．ここから，OMC を透過する RF サイドバンドの光量を 20 μW 以下に抑えるには片道共振器長を 750 mm 以上にする必要がある．しかし，この設計値が求められてから現在までに KAGRA の主干渉計の設計パラメータが変更され，レーザーの入射パワーが低下したことから共振器長の下限は 700 mm となった．

OMC の高次モードの除去性能は共振器長と周回 Gouy 位相から決定される．各高次モードの整数倍が基本モードの共振に近い場合，基本モードと同時に高次モードが共振し，透過してしまう．したがって，各高次モードの周回 Gouy 位相の整数倍と 2π の整数倍の差が基本モードの共振のバンド幅よりも小さくならないような Gouy 位相を選択する必要がある．m 番目のモードの光の OMC の透過率は以下の式で表される：

$$T_{\mathrm{HOM}} = \frac{(1 - r_1^2 - \mathcal{L})(1 - r_2^2 - \mathcal{L}) r_3^2 r_4^2}{|1 - r_1 r_2 r_3 r_4 \exp(-im\zeta)|^2} \tag{5.16}$$

ここから各高次モードの OMC での除去率を決定できるが，ここで重要なのは除去率ではなく OMC 後の光量である．したがって，まずは OMC 前の各高次モードの光量を知る必要がある．OMC 前の各高次モードの光量は主干渉計のファブリ・ペロー共振器のフロント鏡，エンド鏡，ビームスプリッタなどの表面の僅かな凹凸や屈折率分布により決定されるため，鏡が完成していない場合はシミュレーションから高次モードの光量を推測する．[22],[23] では，光学シミュレーションソフト FINESSE[25] を使用して仮想の鏡の表面凹凸をデータ「フェイクミラーマップ」を生成し，これを干渉計に組み込んだシミュレーションを行い OMC 前での高次モードの光量を推定した．一方で，2018 年 1 月に主干渉計のエンド鏡が完成し表面凹凸の実測データが公開されると，フェイクミラーマップよりも凹凸が少ないことが分かり，シミュレーションの結果が変化する可能性が示唆された．主干渉計のフロント鏡はまだ完成しておらず，こちらの凹凸データが公開されると再びシミュレーションの結果が変わることが予想されるので，ここでは各高次モードについての重み付けを行わないシミュレーション方法を示す．なお，各高次モードの光量についての重み付けを行った結果と行わない結果の違いは大変微小で，この違いから OMC の性能が要求値を満たさなくなる可能性は低いと考えられる．

5.1.3 Waldman 方式による共振器長と Gouy 位相の選択

ここでは，前項で説明した各高次モードの光量についての重み付けを行わずに OMC の共振器長と Gouy 位相を決定する Waldman 方式 [26] による共振器長と Gouy 位相の選択方法を示す．Waldman 方式は San Waldman が行った OMC の光学デザイン方法で，LIGO でも初めにこの方法で OMC のパラメータを決定し，主干渉計が完成した後に各高次モードの光量による重み付けを加えたシミュレーションが行われた．Waldman 方式では，各高次モードについて OMC の共振点との間隔 $|\nu_{m,n}|$ と OMC のバンド幅の比を計算する．

$$\nu_{m,n} = \frac{c}{2\pi L}(m\zeta_{\mathrm{OMC}} + n\pi) \tag{5.17}$$

ここで，L は片道共振器長，m は高次モードの次数，n は考慮する OMC の共振点の数である．なお，ここで RF サイドバンドについては OMC 前で高次モードと比較して十分小さいため，ここでは無視する．KAGRA の OMC のパラメータは先述の [23] によって片道共振器長 750 mm，片道 Gouy 位相 55.4 度が最適であると求められた．この結果はフェイクミラーマップを使用したシミュレーションから求められた値である．共振器の 4 枚の鏡のうち 2 枚が同じ曲率の曲率鏡とすると，このパラメータを満たす共振器鏡の曲率は 1.88693 m となる．ここで，曲率鏡の製作に問題があり，曲率 1.8 m($\pm$1%) のものしか製作できないことが分かった．ここから一部設計を変更し，片道共振器長 716 mm，片道 Gouy 位相 55.4 度を採用した．片道共振器長を 716 mm に固定した場合の片道 Gouy 位相と共振間隔の関係を図 5.1 に示す．高次モード光は一般的に高次になるほど光量が下がるため，ここでは 10 次の高次モードまでを計算している．縦軸は基本モードの共振と最も近い高次モードの共振との間隔を基本モードのバンド幅で規格化したもので，例えばこの値が 30 の場合は基本モードと基本モードに最も近い高次モードの間隔が基本モードのバンド幅の 30 倍であることを示す．この値は，片道 Gouy 位相が 55.4 度で最大値 120 倍を取ることが分かる．間隔は 30 倍以上であれば要求値を満たす．

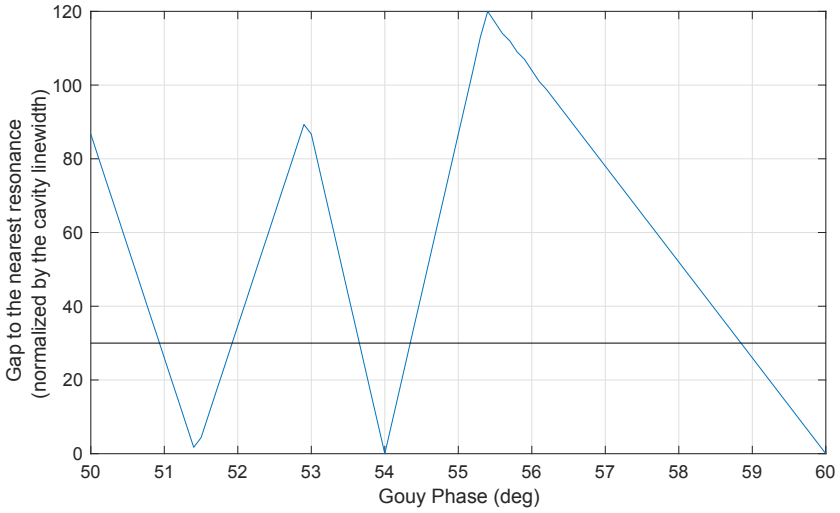


図 5.1: 片道共振器長を 716 mm に固定した場合の片道 Gouy 位相と基本モード-高次モード共振間隔の関係．縦軸は基本モードの共振と最も近い高次モードの共振との間隔を示す．

5.1.4 OMC の光学設計まとめ

KAGRA 用 OMC の設計パラメータは，finesse780，片道共振器長 716 mm，片道 Gouy 位相 55.4 度，鏡の曲率 1.8 m と決定された．共振器鏡への入射角は 3 度で，非点収差を考慮した片道 Gouy 位相は横方向 55.33 度，縦方向 55.42 度となる．OMC の構成と光学パラメータを図 5.2 に示す．

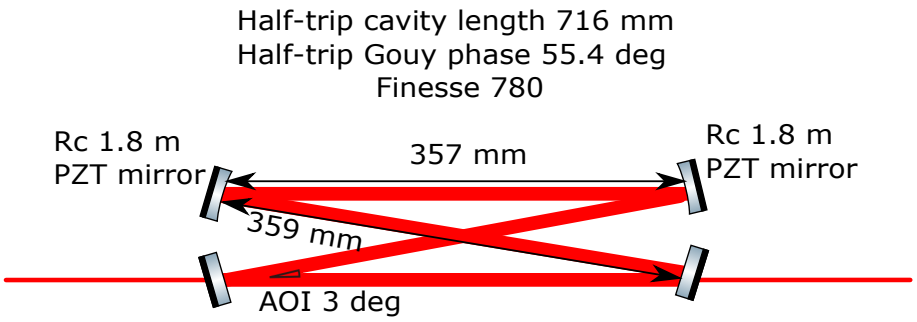


図 5.2: OMC の構成と光学パラメータ.

5.2 防振に対する要求値

防振に対する要求値は地面振動レベルと地面振動による OMC の性能低下を比較して決定される．OMC 定盤の揺れとして，鉛直方向の揺れ (ミスセンタリング鉛直)，水平面内での光軸と垂直な方向の揺れ (ミスセンタリング水平)，水平面内での回転方向の揺れ (ティルト水平) が性能への影響大きい．最も要求値の厳しいミスセンタリング水平とミスセンタリング鉛直の要求値と地面振動の関係を図 5.3 に示す．KAGRA では設計値は要求値よりも 100 倍のマージンを取るという取り決めがあるため，図 5.3 で青，オレンジそれぞれの破線が実線の 100 倍上にあればよいことになる．さらにここで，鉛直方向と水平方向の揺れがカップリングすることを考え，要求値の低い鉛直方向についても水平方向と同じ要求値を課す．したがって，鉛直方向の地面振動を水平方向の要求値のプロットよりも 100 倍軽減させるような縦防振装置が必要となり，その要求値は 20 Hz で防振比 1/100 と求められる．また，水平面内の回転方向の揺れは縦防振の板バネの動作点を調節することで防振する．

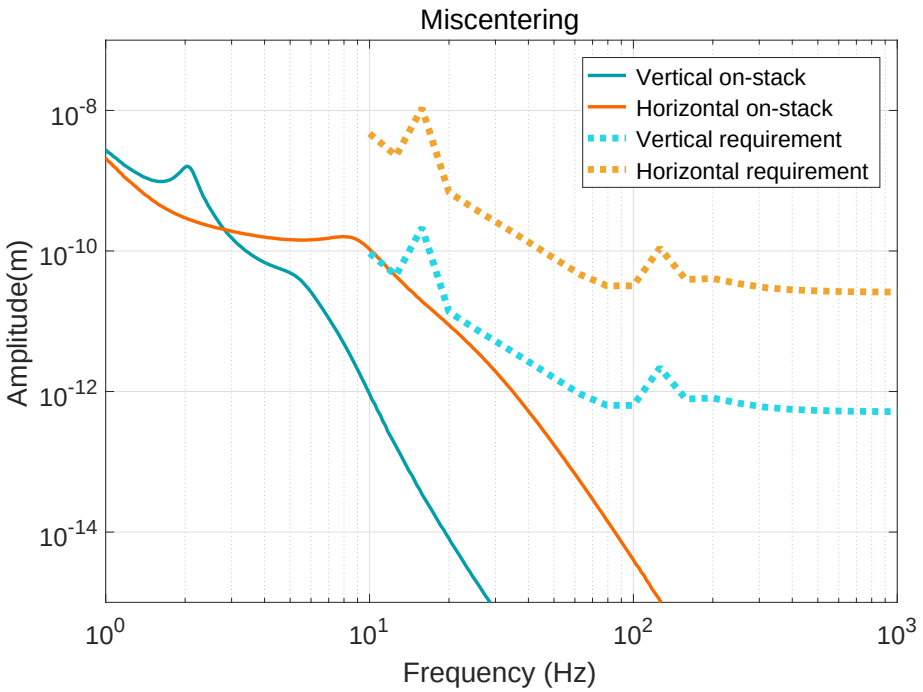


図 5.3: ミスセンタリングの要求値．実線はスタック定盤上の地面振動を表し，破線は要求値を表す．

第6章　プロトタイプ共振器制御実験

本実験の目的はOMCの共振器光路長の制御方法を確立することである．これまでにKAGRA用OMCの制御方法として検討されてきたPDH法を採用すると，主干渉計の出力の状態によってはOMCの制御が困難であることが発覚した．そこで，今回は新たにDither法を用いて共振器長制御を行い，主干渉計の状態に関わらず安定的にOMCの共振器長制御を実現することを目指す．本実験では，PDH法の検討を行った先行研究 [22] によって構築された実験系を使用した．

6.1　信号取得方法の違いによる実験系の違い

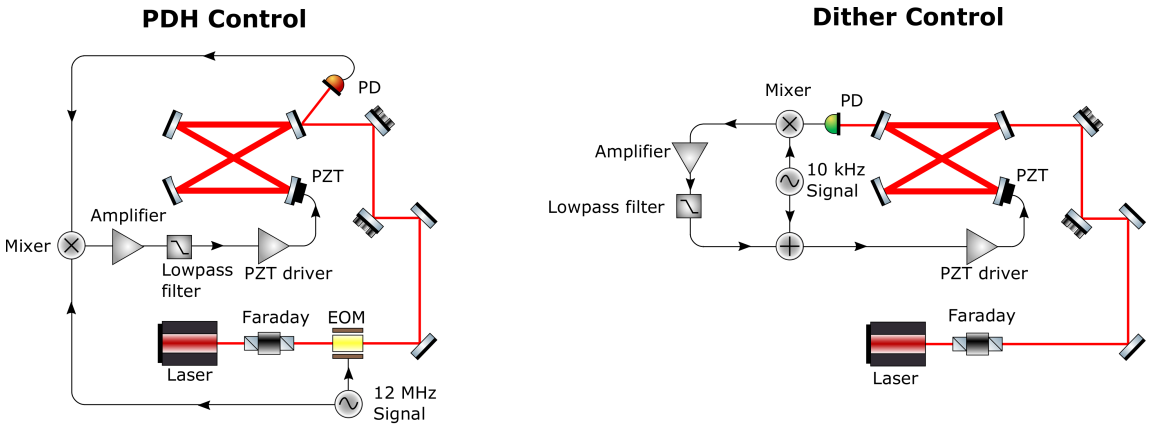


図 6.1: PDH法とDither法による共振器長制御の実験系の違い．(左)PDH法で信号取得する場合の実験系．EOMで生成されるRFサイドバンドを復調して共振器長のエラー信号を抽出する．エラー抽出にはOMCの反射光を使用する．(右)Dither法で信号抽出する場合の実験系．OMC共振器内のピエゾ素子ににkHz帯域のDither信号を加え，この周波数で復調する．

図6.1に，従来のPDH法とDither法の実験系の違いを示す．PDH法では主干渉計の前に設置されるEOMで生成されるサイドバンドを復調し，OMCの共振器長制御に用いる．サイドバンド光はOMCで反射されるため，エラー信号抽出にもOMCの反射光を使用する．OMCの共振器長の変化の情報を含んだOMCの反射光をRFサイドバンドの周波数で復調し，ローパスフィルタ，アンプなどを通して共振器内のピエゾにフィードバックすることで共振器長を常に一定に保つ．干渉計がない図6.1のような実験系だとPDH法で共振器長を制御できるが，KAGRAのように干渉計からの出力光が共振するような実験系だと状況が異なる．干渉計から漏れだす光のうち，両腕の反射率差による光が少ないとRFサイドバンドと復調できず，共振器長の制御が出来ない場合があると分かった [*1]．

次にDither法では，OMCの共振器長制御だけに限ってはEOMを使用する必要はなく [*2]，OMCの共振器を構成する鏡に取り付けられたピエゾ素子にDither信号と呼ばれるkHz帯域の少量の信号を印加し新たに振幅方向のローカルオシレータを生成することで，干渉計の状態にかかわらず共振器長の制御が可能となる．

[*1] 詳しくは第4章参照．
[*2] 主干渉計の制御には必要である．

6.2 光学系の設計

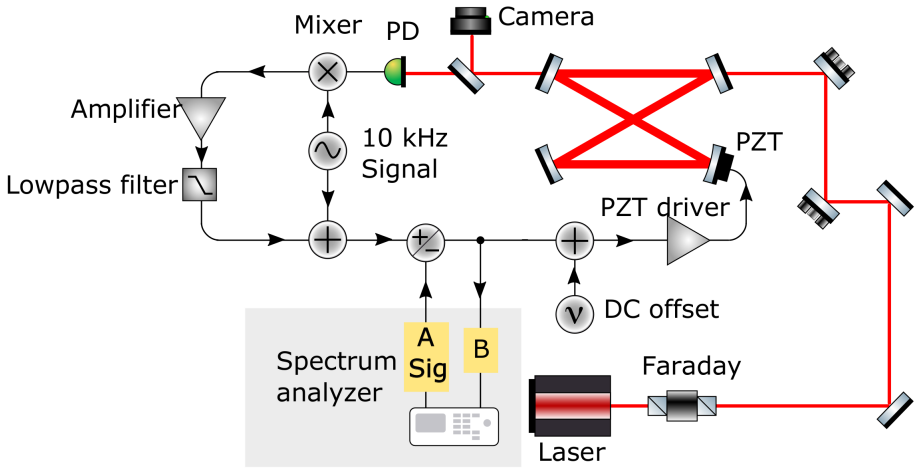


図 6.2: プロトタイプ実験の実験系．レーザーを OMC に入射し，透過光をフォトディテクタとカメラで観測する．共振器鏡の 1 つのピエゾ素子に Dither 信号を加え，鏡を kHz 帯域でわずかに揺らす．この信号をローカルオシレータとする．

プトロタイプ実験の実験系を図 6.2 に示す．レーザーから出た光は OMC への入射光を調節するアライメントミラーを経由し OMC に入射する．透過光をカメラとフォトディテクタで検出する．この実験では OMC の反射光を検出する必要はない．共振器内の 1 つの鏡にはピエゾ素子が取り付けられ，ピエゾドライバにエラー信号と Dither 信号を足し合わせた信号を印加する．Dither 信号の周波数は 10 kHz を選択し，70 mW 以下の十分小さな信号でロックの状態によって電圧を調整した．Dither 信号が大きすぎると共振器長が Dither 信号の周波数で大きく揺れ，ロックできなくなる．この値の目安としては，Dither 信号による共振器長の揺れが共振ピークの半値全幅よりも十分に小さい値であることを基準とした．フォトディテクタで検出された透過光強度の情報はミキサで Dither 信号と同じ周波数の 10 kHz で復調され，アンプとローパスフィルタを通りピエゾにフィードバックされる．アンプのゲインは 2000，ローパスフィルタはポール 1 Hz の 1 次である．ピエゾドライバの前で DC オフセットを加えられる構造とし，共振器長をロックする際にロックするモードを容易に選択できるようにした．伝達関数を測定する際は，スペクトルアナライザのシグナルを A チャンネルとつなぎ，Dither 信号を加算した後に追加した．

6.3 Dither 制御実験

Dither 制御はその信号周波数帯から雑音に非常に敏感で，真空中での使用を前提とした制御方法である．本実験では大気中の実験室で行われるため，安定的ロックや性能評価は困難と予想される．したがって，今回はプロトタイプ OMC を Dither 法でロックできることを確認し，ロックできるコンフィグレーションを見つけることを目標とする．可能であれば，伝達関数を測定する．

Dither 法によりエラー信号を取得する際の OMC の透過光，ピエゾドライバに入力する電圧，エラー信号の関係をを図 6.3，基本モードの透過光周辺を拡大したものを図 6.4 に示す．

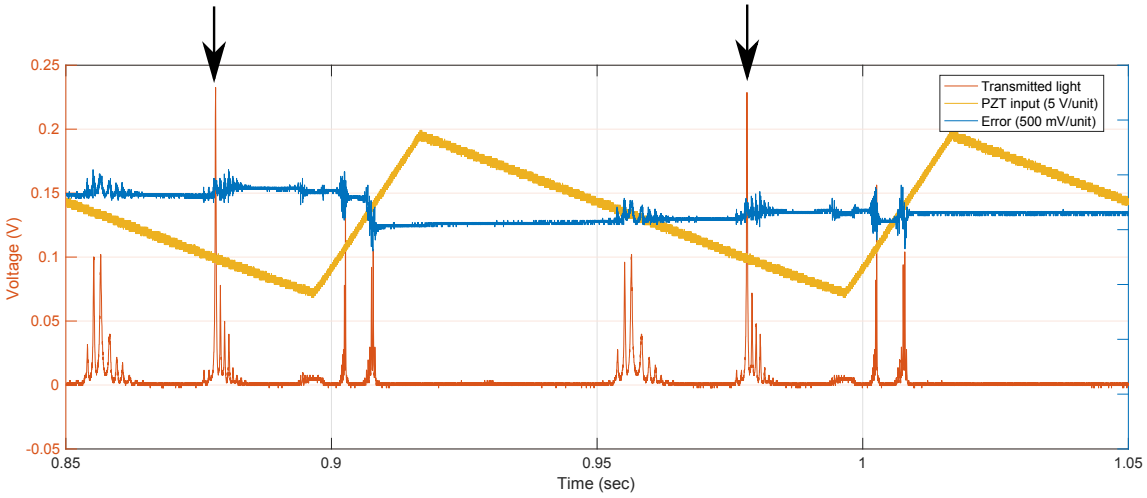


図 6.3: 共振器鏡を 10 Hz の三角波で降った際の透過光とエラー信号．赤のプロットが OMC 透過光強度，黄色のプロットがピエゾドライバに加えている電圧，青のプロットがミキサで復調した OMC 共振器長のエラー信号を表す．矢印で示す共振が最も透過光強度の高い基本モードの共振を示しており，この共振にロックする．

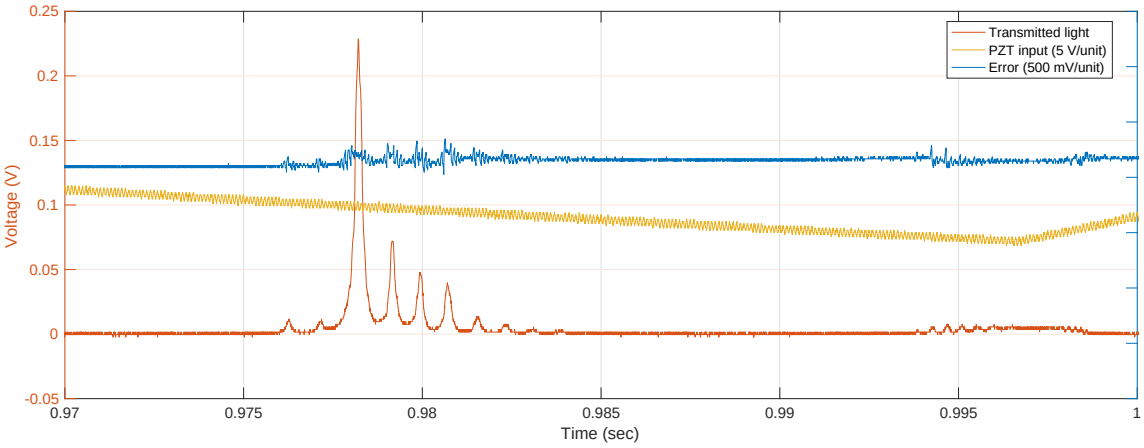


図 6.4: 図 6.3 を拡大した図．黄色のプロットで表されるピエゾドライバへの入力信号は共振器鏡を大きく動かすための 10 Hz の三角波と、10 kHz の Dither 信号の和である．赤のプロットで表される透過光強度では，もっとも強度の高い基本モードに続き高次モードが確認できる．

図 6.3 では，鏡の位置が変化すると OMC の共振状態が変化し，透過光強度が高くなる点があることがわかる．OMC は Bowtie 共振器なので，ピエゾが 1 フリンジ動いた際に全く同じ共振状態になるとは限らない．この図では三角波の線型部分で 1 フリンジ分の共振が見えるが，高い共振が確認できるのは矢印で示す共振のみである．実験では共振器鏡へのフィードバック信号のオフセット量を調節し，矢印で示す共振の位置に共振器長をロックする．

共振器長を制御していない状態から，Dither 法により取得したエラー信号をフィードバックし共振器長をロックした際の OMC 透過光の時系列データを図 6.5 に示す．この時の透過光の写真を図 6.6 に示す．

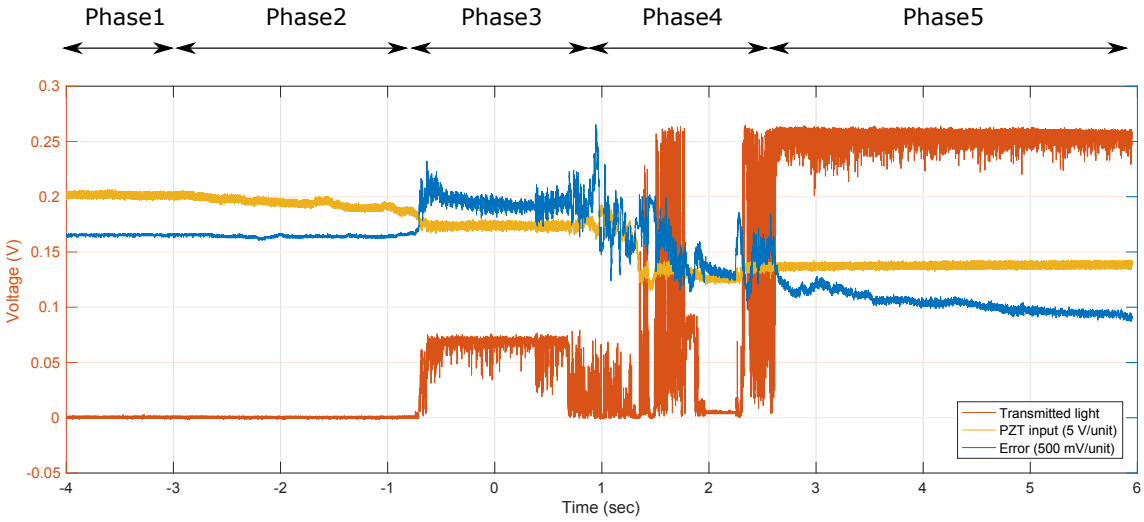


図 6.5: OMC をフリー状態からエラー信号をフィードバックし，オフセットを調節してロックする過程の透過光の時系列．

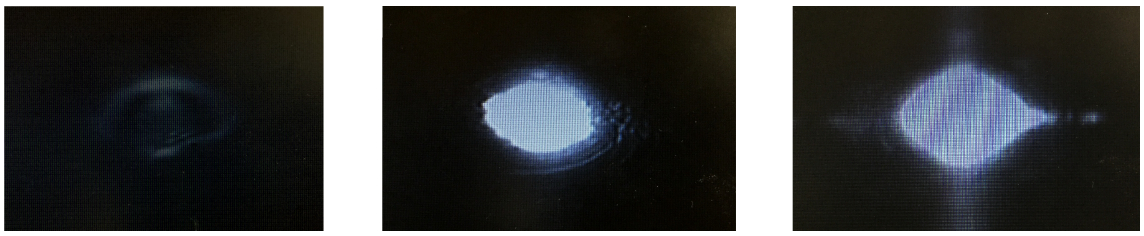


図 6.6: 共振器長制御時の透過光の変化．(左) 制御をかけていない状態．(中) 透過光強度の低いモードにロックした状態．(右) 透過光強度が最大の基本モードにロックした状態．

Phase1 ではエラー信号をフィードバックしているが OMC 透過光に変化がないためエラー信号が出ていない．Phase2 でオフセットを調節しており，黄色のプロットのピエゾドライバへの入力が徐々に下がっている．Phase3 で OMC の共振器長が透過光強度の低いモードにロックし、透過光強度とエラー信号が変化している．このように透過光強度の低いモードにロックした場合は，事前に確認していた透過光強度よりも低いことやロックが弱いことですぐに判断できる．Phase4 で一度ロックを落とし，さらにオフセットを調節している．ロックが落ちにくい場合はは光学定盤を軽く叩くこともある．Phase5 で OMC 共振器長を 00 モードにロックしている．透過光強度とエラー信号がわずかにドリフトしている．図 6.6 左の写真は共振器長の制御をしていない Phase1 の状態の透過光の写真で，強度は非常に弱くビームの形状も複雑な形である．図 6.6 中は共振器長が透過光強度の低いモードにロックした Phase3 の透過光の写真で，右の写真と比べると強度が弱くビームの形状も複雑である．図 6.6 右は透過光強度が最大の基本モードに共振器長をロックした Phase5 の透過光での写真で，強度が最も強く形状も円に近い．ここから，これまで PDH 法でロックしていた OMC を Dither 法でもロックできることが確認された．

6.4 伝達関数測定

スペクトラムアナライザを用いて図 6.2 中のピエゾドライバの前から swept sin 波を追加し，Dither 法で制御された OMC 共振器の周波数応答伝達関数を測定した．結果を図 6.7 に示す．

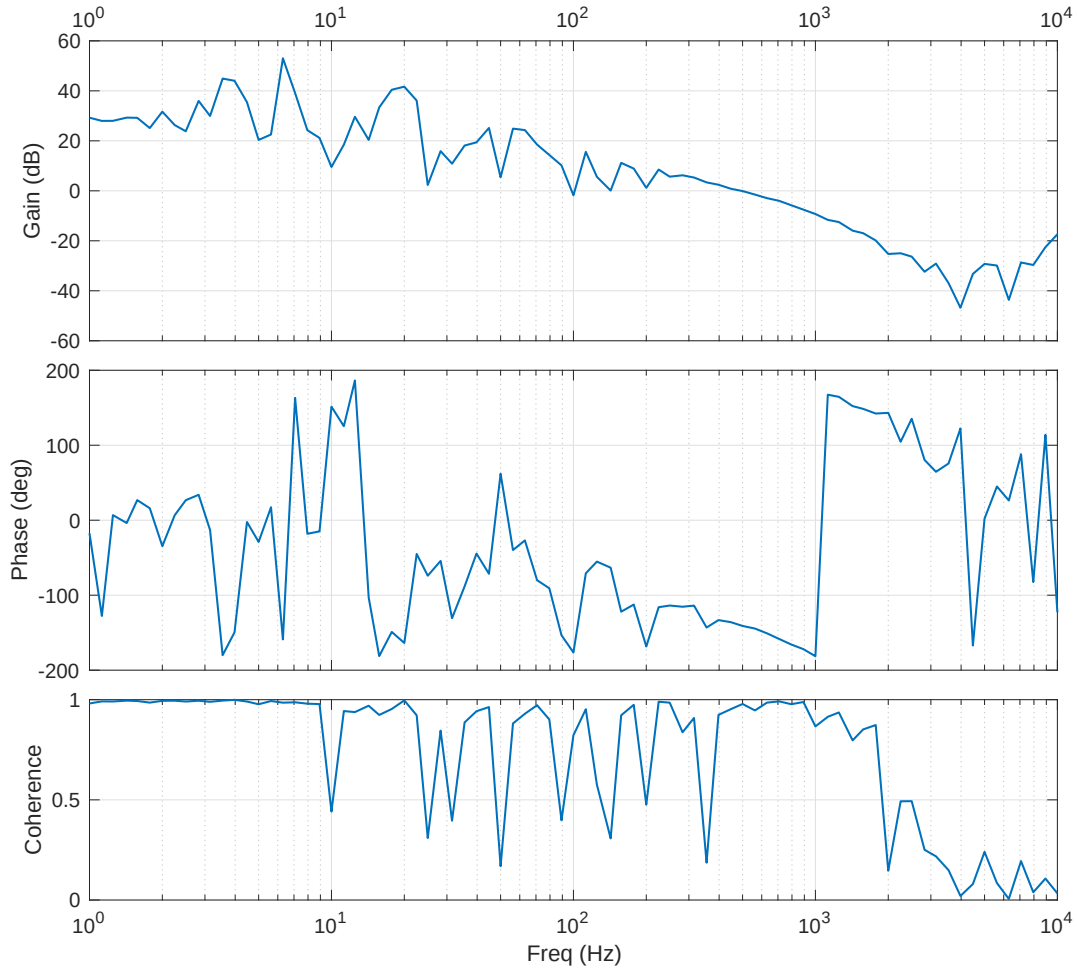


図 6.7: Dither 制御の伝達関数測定．ユニティゲイン周波数は 500 Hz，位相余裕は 40 度である．

100 Hz 以下の周波数帯域でノイズの影響が非常に大きくなっているが，1-10 Hz にポールのあるゲイン線図が確認できる．ユニティゲイン周波数は 500 Hz，位相余裕は 40 度で，低周波のノイズの影響がなければ安定した制御が可能と予測できる．実際に OMC が運用される真空中では，高周波での共振器長の変化は非常に少なく，必要となるユニティゲイン周波数は数十 Hz と予想されている．したがって，本実験のユニティゲイン周波数と位相余裕の値は KAGRA での運用に十分な値であると言える．

また，この結果では 100 Hz 以下でノイズが大きく伝達関数と位相が良く測定できているとは言えない．Dither 制御にノイズが乗りやすい原因として，ローカルオシレータの周波数が kHz 帯域と低いことが挙げられる．PDH 制御では EOM 結晶による位相変調を利用した MHz 帯域のサイドバンドをローカルオシレータとして使用するが，Dither 制御ではピエゾ素子を物理的に揺らしてサイドバンドを生成するため，EOM による位相変調と同等の高周波サイドバンドの生成は困難である．本実験の Dither 周波数は 10 kHz なので，10 kHz 周辺のノイズがエラー信号抽出と共にダウンコンバートされる．例えば，10.001 kHz のノイズで共振器鏡が揺れたり共振器長が変化することがあると，エラー信号抽出の際に 1 Hz の信号として抽出され，ローパスフィルタでもカットされない信号として共振器鏡にフィードバックされてしまう．特に，本実験は大気中で行ったので，音による空気の振動や物質の振動がノイズに繋がったと考えられる．人間の可聴周波数帯域は約 50 Hz-20 kHz で，空調や実験装置が発する音が全て Dither 制御のノイズとなる．実際に重力波を検出した LIGO の OMC グループでも，大気中での OMC の Dither ロックが困難だったのに対し，真空中での実験に切り替えると簡単にロックしたという報告がある．Dither 制御実験のこれからの展望として，周波数を変更しノイズの少ない Dither 信号を調節するというものがあるが，この作業は大気中の実験室で行っても実際に KAGRA で使用すると状況が変

わるので，インストール後の調整が望ましい．そのほかに 10 kHz 付近のノイズを取り除く方法として，Dither 信号と復調信号を生成している発振器にバンドパスフィルタをかけ，10 kHz 以外の信号をカットする電気的対策などが挙げられる．

第7章　セミモノリシック共振器実験

本実験の目的はKAGRAで実際に使用するOMCの共振器部分を作成し，性能を確認することである．本実験で作成するOMCは実際にKAGRAにインストールされるものなので，クリーン環境での取扱いや真空装置への導入を考慮し作成・実験を進める必要がある．OMCの高次モードの除去能力を確認する手段として，ここでは共振ピークの鋭さを示すパラメータであるフィネスと，高次モードを除去する能力を示すGouy位相シフトを測定する．本章では，KAGRA用OMCの構成と，アセンブリ，さらに完成したOMCの性能評価の手段と結果を示す．

7.1　セミモノリシック共振器

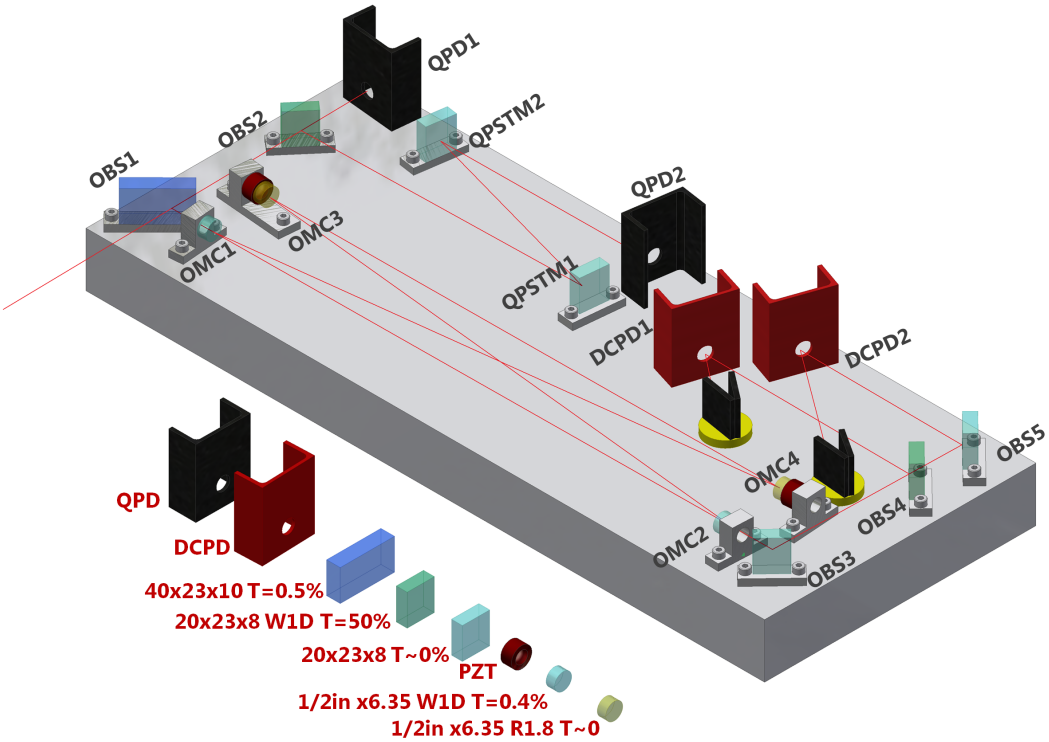


図 7.1: OMC光学定盤．初期OMC用のアルミ定盤にLEXZEROのミラーマウントを固定したモデル．

KAGRA用のアルミニウム定盤OMCの構成を図7.1に示す．精密な共振器を製作する際は，それぞれの共振器を構成する鏡を1枚板の上に固定して共振器長の変化を防ぐのが定石である．KAGRA用OMC定盤は共振周波数や熱膨張を考慮し設計された200x500x40 mm, 10.8 kgのアルミニウムの1枚板である．この定盤の設計については第8章に記す．定盤上にはOMCの共振器の他に，定盤の姿勢制御に使用する4分割フォトディテクタ (QPD=quadrant photo detector) と，重力波を検出するフォトディテクタ (DCPD=direct current photo detectors)，さらにこれらの光路を構成するプリズム鏡やビームスプリッタ，ビームダンプが設置される．姿勢制御用のQPDはOMCの共振器の前で分岐する光路上に設

置され，平行方向の揺れと角度方向の揺れを分解するために 2 つの QPD をできるだけ離れた位置に設置する必要がある．姿勢制御については筆者の卒業論文 [27] で実験を行った．重力波を検出する DCPD も 2 つ設置されるが，これは重力波信号とその他のノイズを判別するために 2 つのフォトディテクタでコシンシデントをとるのに使用される．本実験では，OMC の核を成す 4 枚鏡の共振器と，共振器へ光を入射させるための 1 枚のビームスプリッタのみを定盤に設置し，共振器の性能を確認する．

共振器を構成する 4 枚の鏡は 1/2 インチの円形鏡で，うち 2 枚は球面鏡，残りの 2 枚はウェッジ付き平面鏡である．2 枚の球面鏡にはピエゾ素子を追加し，共振器長の制御に用いる．そのほかの鏡，ビームスプリッタは四角い板状のプリズムを使用する．共振器長や鏡の曲率は KAGRA の全体の構成から要求される性能から決定されている．共振器の設計については第 5 章に詳しく記す．プリズム鏡のサイズやウェッジ角度は鏡に光が当たった際に生じる 2 次光 (ゴースト・ビーム) が共振器の性能に支障を与えないようにシミュレーションを繰り返し決定された．それぞれの鏡・ビームスプリッタは LEX-ZERO[28] と呼ばれる熱膨張率が非常に低い金属で製作したマウントにエポキシ系接着剤で接着され，真空対応のボルトを用いてアルミニウム定盤に固定される．この熱膨張率の低い金属を挟むことで，温度変化により定盤が膨張した際に鏡に歪みや破損が起こらないようになっている．

OMC を構成する部品の仕様を以下に示す：

共振器鏡

- LAYERTECH 1144855: .5in 1deg R=99.6 R_c = 1.8m
- LAYERTECH 1144856: .5in none R=99.996

プリズム鏡

- Sigma PSM99.5Q-4023R10-3p-1064p-IBS: 40x23x10 mm T=0.5% for OBS1
- Sigma PSMHQ-2023R08-3p-W1D-1064p-IAD: 20x23x8 mm T=50% W=1 deg for OBS2/4
- Sigma TFMQ-2023R08-3p-1064-IAD: 20x23x8 mm 全反射 for OBS3/5

LEX-ZERO マウント

- OMC1: 横型 for OMC1/2/4
- OMC2: 縦型 for OMC3
- OBS1: 56 mm mount for 40 mm prism
- OBS2: 36 mm mount for 20 mm prism

ピエゾ素子

- noliac NAC2124-H08: 真空対応ピエゾ

エポキシ接着剤

- EP30-2: masterbond 2 液エポキシ

ボルト

- 鍋屋バイテック svss-M4x10: M4 真空用穴付きボルト
- 鍋屋バイテック svss-M2x10: M2 真空用穴付きボルト

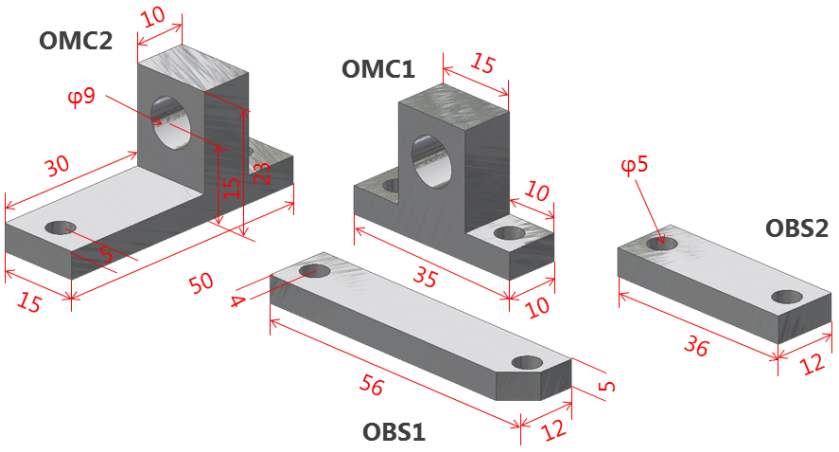


図 7.2: LEX-ZERO マウントの構成



図 7.3: 2 液エポキシ EP30-2

7.2 光学系

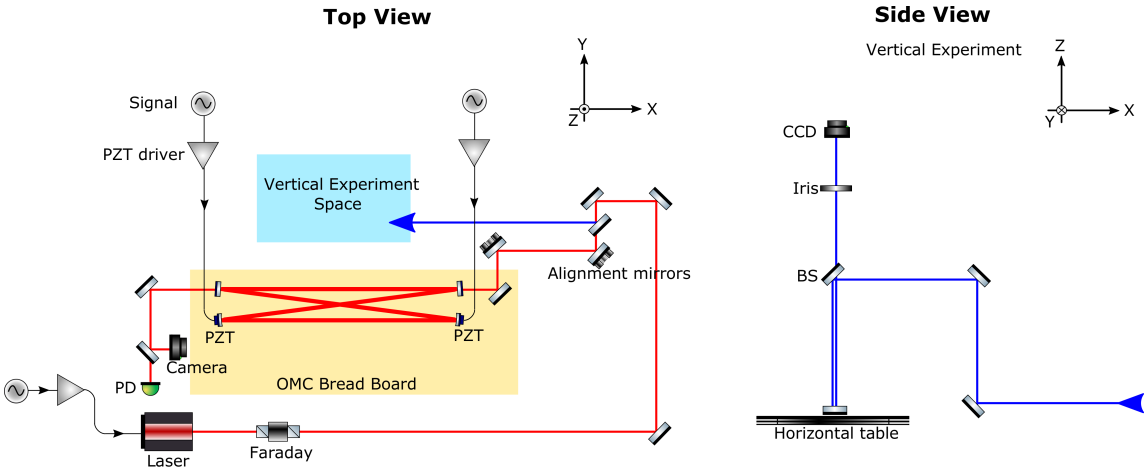


図 7.4: セミモノリシック共振実験に際し組んだ光学系.

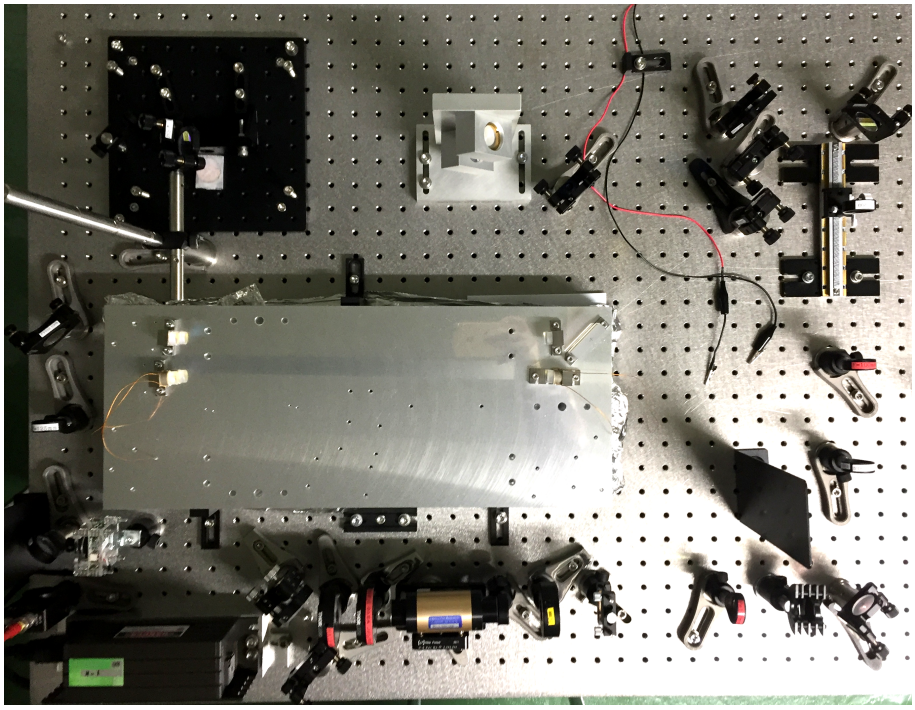


図 7.5: セミモノリシック共振実験に際し組んだ光学系の写真.

本実験に際し組んだ光学系を図 7.4 に示す．実際の写真を図 7.5 に示す．実験系の下部にはアルミニウムの OMC 定盤が設置され，アライメントミラーを経由したレーザー光を入射させている．OMC の共振器を通った光を定盤の外でフォトディテクタとカメラで観測する．

入射光のアライメント調整用ミラーの手前にビームサンプラを設置し，レーザー光の一部を鉛直実験用スペースに取り出す．図 7.4 右は鉛直実験スペースを横から見た図である．この実験スペースはウェッジ方向判別実験のためのセットアップである．主光路からピックアップした光を鉛直方向のステアリングミラーで打ち上げ，その先のビームスプリッタで再び打ち下げている．ビームスプリッタの下には水平出しをした台が設置され，この上に鏡を置いて実験を行う．始めに水平台に平行鏡を設置し，ビームスプリッタに光を返す．この時，ビームスプリッタの上から下げ振りを下し，平行ミラーで反射された光の光路が鉛直になるようにビームスプリッタを調節してある．ビームスプリッタの調節後に，下げ振りを取り外してアイリスと CCD カメラを設置する．このセットアップにより，水平台の上に平行ミラーを置いた場合は反射光がアイリスを通過し，ウェッジ付きミラーを置いた場合はアイリスを通らない．アイリスと CCD カメラで観察したビームの位置関係から，水平台に置いた鏡の平行度やウェッジを確認できる．この水平台はミラーの接着場所としても使用した.

7.3　アセンブリ手順

プリズムのアセンブリ

1. LEX-ZERO マウントをアセトンで洗浄.
2. EP30-2 を合計 1.25 g 混合.
3. プリズムの底面に EP30-2 を塗布し，LEX-ZERO マウントに接着．このとき，プリズムの反射面とマウントの側面が同一面になるように接着する.
4. 12 時間以上硬化.
5. 焼き入れ.

PZT 付き共振器鏡のアセンブリ (前半)

1. ピエゾ素子をアセトンで洗浄.
2. EP30-2 を合計 1.25 g 混合.
3. 曲率鏡に EP30-2 を塗布し，ピエゾ素子に接着.
4. 12 時間以上硬化.

ウェッジ付き共振器鏡のアセンブリ

1. ウェッジ方向を実験により確認 (後述).
2. LEX-ZERO マウントをアセトンで洗浄.
3. EP30-2 を合計 1.25 g 混合.
4. ウェッジ付き鏡に EP30-2 を塗布し，LEX-ZERO マウントに接着．ウェッジ方向を再度確認.
5. 12 時間以上硬化.
6. 焼き入れ.

PZT 付き共振器鏡のアセンブリ (後半) と共振器のアセンブリ

1. OBS1, OMC1, OMC2 をアルミ定盤の上に設置し，軽くボルトで固定.
2. OMC3, OMC4 の鏡を 1/2 インチレンズマウントに固定し，定盤上に浮かせる (図 7.6).
3. OMC3, OMC4 の鏡と LEX-ZERO マウントが垂直になるように OMC3, OMC4 のレンズマウントを調節.
4. 入射光を調整し，OMC1, OMC2 の鏡の中心を通りカメラに入射させ，光を確認できる状態にする.
5. 入射光，OMC1, OMC2, OMC3, OMC4 の位置を調整し，共振器を通った光がカメラで確認できる状態 (カメラ上で 2 つ以上の光が確認できる状態) で，かつ全ての鏡の中心付近 [*1] にビームスポットがあるように調整．このとき，高さ方向のビームスポットのずれが生じた場合は曲率ミラーのビームスポットを左右にずらし調節する.
6. レーザーの周波数掃引を用いた共振実験 (後述) を行い，共振状態を確認．必要があれば OMC1, OMC2, OMC3, OMC4 を調節.
7. EP30-2 を合計 1.25 g 混合.
8. LEX-ZERO マウントに EP30-2 を塗布し，ピエゾ付き鏡のピエゾ部分押し当てて接着．この時レーザーの周波数掃引で常に共振状態を監視.
9. 12 時間以上硬化.
10. OMC3, OMC4 を定盤から取り外し焼き入れ.

[*1] 鏡の曲率誤差は中心付近で最小となるので，ビームスポットは中心に近いほうが好ましい．鏡の半径が r の時，鏡の中心から半径 $r/2$ の円にビームスポットが入るように調整した.

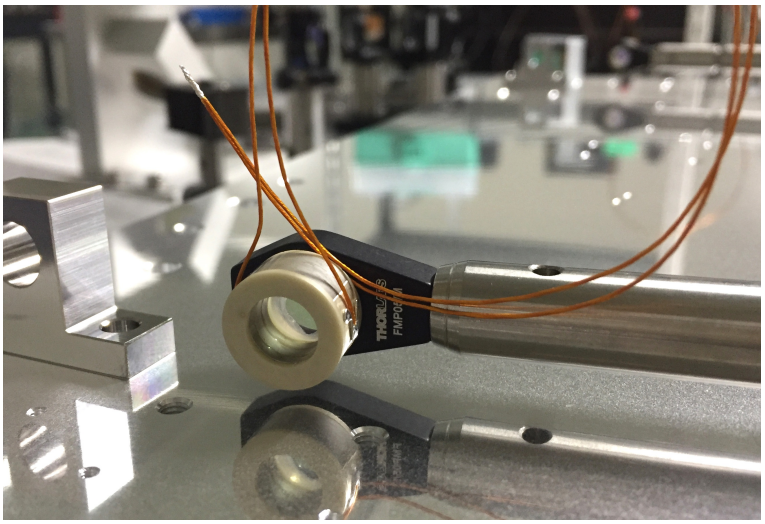


図 7.6: 1/2 インチレンズマウントでピエゾ付き共振器鏡を固定する様子.

共振の確認

1. OBS1, OMC1, OMC2, OMC3, OMC4 をアルミ定盤にボルト固定.
2. OMC1, OMC2, OMC3, OMC4 の位置を微調整し，カメラで共振光が確認できるようにする.
3. 発振器とピエゾドライバをセットし，OMC3, OMC4 のピエゾ素子に印加.
4. 透過光強度の変化を確認．この作業はピエゾの動作確認も含む.
5. アライメントミラーを使用して入射光を微調整.

7.3.1 接着剤安定化

この実験では，エポキシ接着剤 EP30-2 を安定化させる目的で電気炉による焼き入れを行った．EP30-2 の推奨される硬化時間は室温 (24 °C) で一晩硬化後，65-100 °C で 1-2 時間である．今回はこれに従い，接着後クリーンルーム内で一晩硬化し，接着対象が動かなくなってから電気炉に移動し焼き入れを行った．焼き入れ温度は 80 °C1.5 時間とした．急激な温度変化により鏡の材質である結晶にヒビが生じるのを防ぐために，温度変化は 0.5 °C/min 以下 [19] で行うこととした．電気炉はプログラム制御するものとした．以下にプログラムの構成 (図 7.7) を示す：

Ph1 30°C 定常 10 分
Ph2 80°C まで加熱 2 時間
Ph3 80°C 定常 1.5 時間
Ph4 30°C まで冷却 2 時間

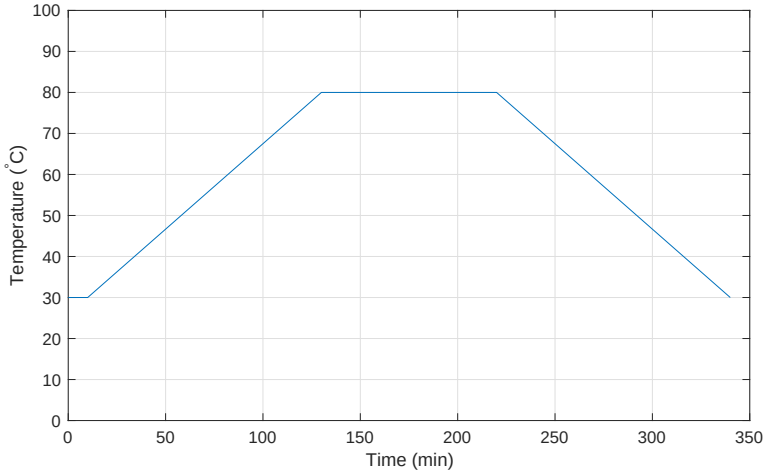


図 7.7: 接着剤安定化の焼き入れの温度制御プログラム構成.

7.3.2 円形鏡のウェッジ方向判別

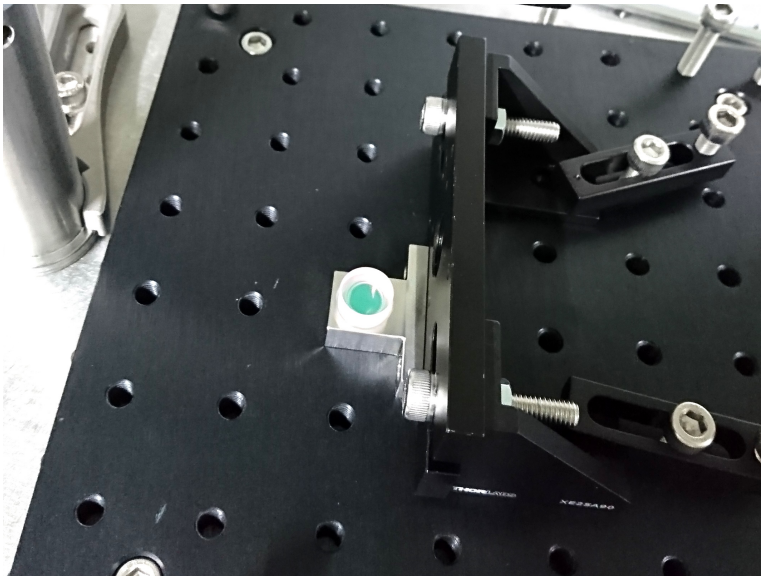


図 7.8: 鉛直実験スペースに作成した仮床.

OMC1, OMC2 の円形鏡にはウェッジ付きのものを利用し，反射光やゴーストビームが OMC の性能を低下させないように設計された．今回購入した OMC1, OMC2 用の鏡にはウェッジ方向の表記が無く，ウェッジ角度も 1 度と肉眼で確認できなかったため，ウェッジ方向を判別する実験が必要になった．

ウェッジ方向判別実験は図 7.4 右に示す鉛直実験スペースに図 7.8 のような鉛直方向の仮床を作成し行った．手順を以下に示す：

1. LEX-ZERO マウントを仮床に押し付けて設置.
2. LEX-ZERO マウントの上にウェッジ 1 度のプリズムを置き，プリズムも仮床に押し付ける.
3. CCD カメラで反射光の位置の xy 座標を測定.
4. LEX-ZERO マウントからウェッジ付きプリズムを取り除き，ウェッジ付き 1/2 インチ円形鏡を設置.
5. 鏡を回転させ，先ほど確認した xy 座標に反射光が戻る角度を探す.
6. 1/2 インチ鏡を取り除き，接着剤を塗布して再度 LEX-ZERO マウントの上に置いてウェッジ方向を調節.

7. 正しい向きにできたらそのまま 12 時間以上放置

7.3.3 レーザー周波数掃引を用いた共振実験

共振器のアセンブリの際に，ピエゾ素子付きの鏡とマウントを接着する前に共振状態を確認する必要があり，今回は光源として用いたレーザーの機能としてある周波数掃引機能を使用した．レーザー媒質である ND:YAG 結晶には温度変調とピエゾ素子による変調が可能で，それぞれの特徴として温度変調は広帯域で反応が遅く，ピエゾ変調では狭帯域で反応が速い．この実験ではピエゾ素子による周波数掃引を行った．掃引レンジは INPUT 0-100 V で >30 MHz[*2] で，OMC の FSR は 209 MHz なので 1 フリンジ見ることはできないが，実験から 0.5 フリンジ以上 (>100 MHz) は掃引できることが分かっている．したがって，レーザー結晶の状態にかかわらず，共振状態の調整が正しければレーザーのピエゾによる周波数掃引で一つの基本モード光と複数の高次モード光の透過が確認できる．

7.4 性能測定

7.4.1 Gouy 位相測定

この実験では，4 枚の共振器鏡のうち 2 枚に取り付けられているピエゾ素子のどちらかに発振器から三角波を入力し，共振器長の変化により時間変動する透過光強度をモニタし，基本モード間隔 (FSR=free spectral range) と高次モード間隔 (TMS=transverse mode spacing) から Gouy 位相シフトを測定する．共振器への入射光のアライメントを少しずらし，1 次モードの透過光が観測できる状態にする．FSR, TMS と片道 Gouy 位シフト $\zeta_{\rm h}$ と周回 Gouy 位相シフト $\zeta_{\rm r}$ の関係は以下の通りである．

$$\zeta_{\rm h} = \frac{TMS}{FSR} \times 180 \ ({\rm deg}), \tag{7.1}$$

$$\zeta_{\rm r} = \frac{TMS}{FSR} \times 360 \ ({\rm deg}). \tag{7.2}$$

本実験のように，ピエゾに三角波を入力し透過光の時間変化から Gouy 位相シフトを測定する方法は，ピエゾの応答が三角波に対して線型である場合に適応できる測定手法である．ピエゾの線型応答性を仮定せずに共振器の Gouy 位相シフトを測定する方法として，ネットワークアナライザとブロードバンド EOM を使用して測定する方法 [29] があり，手数は増えるがより正確な測定できる場合がある．本実験では，共振器を組みながら常に共振状態をモニタするために三角波によるピエゾの変位と透過光の時間変化から Gouy 位相シフトを測定するが，ピエゾの応答が線型でない場合も考慮して，1 周期の三角波でできるだけ多くの基本モードを測定して測定値を平均しピエゾの非線型性による結果への影響を最小限に抑える方法をとる．ピエゾ素子に加える三角波の電圧や周波数も変え，複数の測定値からより正確な Gouy 位相シフトを見積もる．本実験では防振対策がないので地面振動による共振器長の変化や，レーザーの周波数揺らぎによる共振点のずれが生じる可能性がある．したがって，ピエゾに印加する三角波はある程度高周波とする必要がある．

7.4.2 フィネス測定

フィネスは共振器の共振ピークの鋭さを表すパラメータであり，共振器の性能を測定する際に一般的に用いられる．フィネス $\mathcal{F}$ と共振器を構成する 4 枚の鏡の反射率 r_1, r_2, r_3, r_4 の関係を再度示す：

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2 r_3 r_4}}{1 - r_2 r_3 r_4}. \tag{7.3}$$

[*2] 本実験に使用しているレーザーを販売していた Lightwave 社は倒産しておりほとんどの資料が見つからなくなっている．この値は同製品 (と思われる)LUMENTUM NPRO 126 の説明書から参照している．

共振器のフィネス測定にはいくつかの方法があるが，今回は共振器鏡のピエゾに三角波を印加した際の透過光の時間変化を観測し，FSR と基本モード光共振の半値全幅から計算する手法を取る．フィネス $\mathcal{F}$，FSR ν_{FSR}，共振の半値全幅 ν_{FWHM} の関係は以下の通りである：

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\mathrm{FWHM}}}{\nu_{\mathrm{FSR}}}. \tag{7.4}$$

Gouy 位相測定実験とは異なり，共振器へのアライメントを正確に調整し，透過する基本モード光が多い状態で測定する．なお，OMC のように真空中での使用を想定し設計された高フィネスの共振器では，空気中での正確なフィネス測定は困難であり，設計値よりも低い値となる場合が多い．これは，空気中の微粒子で光が散乱し共振器内に溜まる光強度が減少することが原因である．

7.5　測定結果

7.5.1　Gouy 位相

- **OMC0111_5**: OMC4 PZT 50 Hz 120 V 1 回目

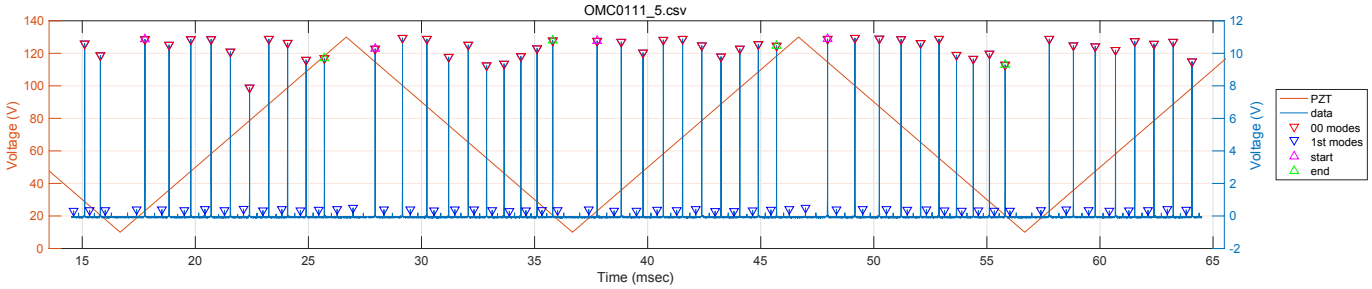


図 7.9: ピエゾ素子にかかる電圧と OMC 透過光強度の時間経過．OMC4 のピエゾに 120 V 50 Hz の三角波を印加している．赤逆三角形で表すピークは基本モード，青逆三角形で表すピークは 1 次モードの透過光である．さらに，基本モードの透過光のうち三角波の直線部分の始まりを桃色三角形，終わりを緑三角形で表す．桃色三角形と緑三角形で表す基本モードの間のデータを FSR・TMS の計算に使用し，平均する．それ以外のデータは計算には使用しない．この測定では，三角波 2 周期分，つまり上り 2 回・下り 2 回分のデータを計算に使用できる．一つの三角波の線型部分で 9 フリンジ (10 本の基本モード) を観測しているので，FSR を 9 回測定できる．

表 7.1: 使用データ：**OMC0111_5.csv** から求めた FSR，TMS，HGS．4 列は三角波の線型部分の 1 グループ 9 フリンジに対応する．Average はそれぞれ三角波の直線部分の平均を表し，All ave は三角波 2 周期分の片道 Gouy 位相シフトの平均を表す．

FSR	(msec)			TMS	(msec)			HGS	(deg)		
1.066	1.211	1.067	1.210	0.317	0.391	0.317	0.391	53.5272	58.1173	53.4770	58.1653
0.963	1.078	0.963	1.078	0.289	0.344	0.290	0.344	54.0187	57.4397	54.2056	57.4397
0.897	0.963	0.897	0.962	0.273	0.315	0.273	0.314	54.7826	58.8785	54.7826	58.7526
0.852	0.864	0.853	0.863	0.260	0.274	0.261	0.273	54.9296	57.0833	55.0762	56.9409
0.848	0.813	0.848	0.814	0.265	0.257	0.266	0.257	56.2500	56.9004	56.4623	56.8305
0.852	0.773	0.850	0.772	0.262	0.245	0.261	0.243	55.3521	57.0505	55.2706	56.6580
0.832	0.744	0.832	0.743	0.257	0.233	0.257	0.233	55.6010	56.3710	55.6010	56.4468
0.815	0.714	0.817	0.714	0.251	0.224	0.252	0.224	55.4356	56.4706	55.5202	56.4706
0.809	0.694	0.808	0.693	0.250	0.216	0.250	0.216	55.6242	56.0231	55.6931	56.1039
							all Ave	Average			
							56.1042	55.0579	57.1482	55.1209	57.0898

片道 Gouy 位相の一例を図 7.9，FSR,TMS, 片道 Gouy 位相シフト (HGS=Half trip Gouy phase Shift) を換算したものを表 7.1 に示す．この測定では，ピエゾに 120 V 50 Hz の三角波を印加している．ここでは，1 次モードの共振を観測できるように共振器へのアライメントを僅かに崩している．基本モードの透過光強度は約 10.95 V，1 次モードの透過光強度は約 537 mV である．基本モード間隔である FSR が毎回異なる値であることから，ピエゾ素子の線型性が崩れていることが分かる．三角波の上り・下り共に最初に測定した FSR．TMS が最も長いため，三角波の直線部分の始まりはピエゾの動きが遅くなっていると考えられる．一方で，三角波の上りは最初に測定した片道 Gouy 位相シフトが小さく，三角波の下りでは最後に測定した片道 Gouy 位相が小さくなっていることから，三角波 1 周期分の片道 Gouy 位相シフトを平均すれば実際の片道 Gouy 位相シフトを見積もることができる．この測定では，三角波の上り・下りそれぞれの片道 Gouy 位相シフトの値はほぼ等しく，2 周期分の片道 Gouy 位相シフトの平均は 56.1042 度となっている．片道 Gouy 位相シフトの設計値が 55.4 度 (±1 度) である．より正確に平均値を出すために，この測定と同じ設定のデータを 4 回測定した．結果を図 7.10-7.13，表 7.2-7.5 に示す．5 回の測定から求められる片道 Gouy 位相シフトの平均は 56.1795 度となった．

- **OMC0111_7**: OMC4 PZT 50 Hz 120 V 2 回目

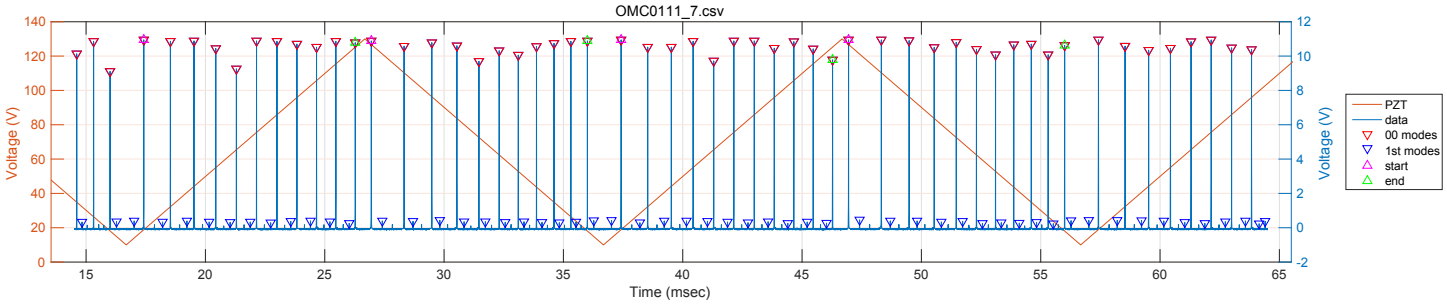


図 7.10: ピエゾ素子にかかる電圧と OMC 透過光強度の時間経過.

表 7.2: 使用データ：**OMC0111_7.csv** から求めた FSR，TMS，HGS

FSR	(msec)			TMS	(msec)			HGS	(deg)		
1.115	1.373	1.115	1.373	0.327	0.461	0.328	0.462	52.7892	60.4370	52.9507	60.5681
0.989	1.163	0.989	1.164	0.297	0.374	0.297	0.375	54.0546	57.8848	54.0546	57.9897
0.913	1.051	0.913	1.050	0.277	0.336	0.277	0.335	54.6112	57.5452	54.6112	57.4286
0.863	0.923	0.863	0.924	0.263	0.301	0.263	0.301	54.8552	58.6999	54.8552	58.6364
0.844	0.848	0.844	0.848	0.264	0.269	0.264	0.268	56.3033	57.0991	56.3033	56.8868
0.856	0.800	0.856	0.800	0.263	0.252	0.264	0.251	55.3037	56.7000	55.5140	56.4750
0.836	0.763	0.836	0.763	0.257	0.240	0.257	0.240	55.3349	56.6186	55.3349	56.6186
0.822	0.735	0.822	0.734	0.253	0.231	0.253	0.231	55.4015	56.5714	55.4015	56.6485
0.810	0.707	0.810	0.707	0.250	0.221	0.250	0.222	55.5556	56.2659	55.5556	56.5205
0.812	0.691	0.812	0.691	0.253	0.215	0.253	0.215	56.0837	56.0058	56.0837	56.0058
							all Ave	Average			
							56.2141	55.0293	57.3828	55.0665	57.3778

- **OMC0111_9**: OMC4 PZT 50 Hz 120 V 3 回目

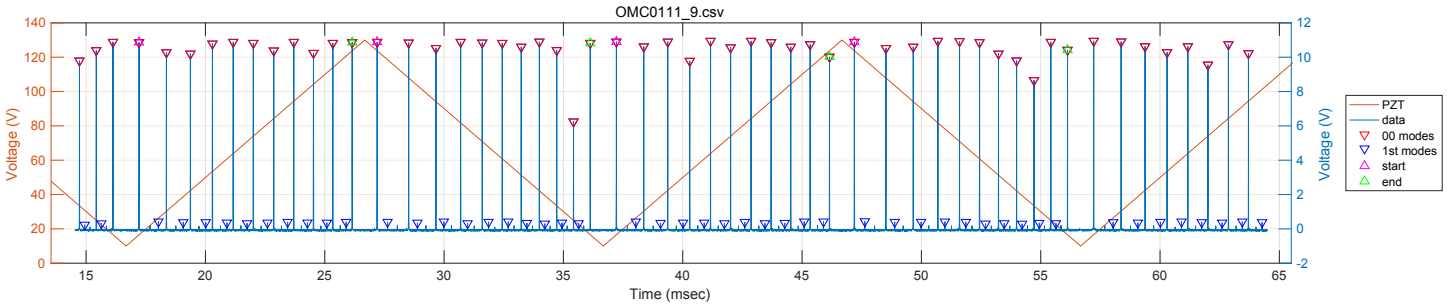


図 7.11: ピエゾ素子にかかる電圧と OMC 透過光強度の時間経過.

表 7.3: 使用データ：**OMC0111_9.csv** から求めた FSR，TMS，HGS

FSR	(msec)			TMS	(msec)			HGS	(deg)		
1.148	1.322	1.147	1.323	0.336	0.438	0.335	0.439	52.6829	59.6369	52.5719	59.7279
1.004	1.143	1.005	1.143	0.301	0.367	0.302	0.367	53.9641	57.7953	54.0896	57.7953
0.923	1.035	0.922	1.035	0.280	0.331	0.279	0.331	54.6046	57.5652	54.4685	57.5652
0.871	0.905	0.871	0.906	0.266	0.291	0.266	0.291	54.9713	57.8785	54.9713	57.8146
0.842	0.838	0.841	0.838	0.262	0.265	0.261	0.264	56.0095	56.9212	55.8621	56.7064
0.857	0.795	0.858	0.794	0.265	0.251	0.265	0.250	55.6593	56.8302	55.5944	56.6751
0.840	0.760	0.839	0.759	0.259	0.238	0.258	0.238	55.5000	56.3684	55.3516	56.4427
0.824	0.728	0.824	0.729	0.254	0.228	0.253	0.230	55.4854	56.3736	55.2670	56.7901
0.811	0.703	0.811	0.705	0.250	0.221	0.250	0.221	55.4871	56.5861	55.4871	56.4255
0.811	0.701	0.811	0.699	0.252	0.215	0.252	0.214	55.9309	55.2068	55.9309	55.1073
							all Ave	Average			
							56.0525	55.0295	57.1162	54.9594	57.105

- **OMC0111_11**: OMC4 PZT 50Hz 120V 4 回目

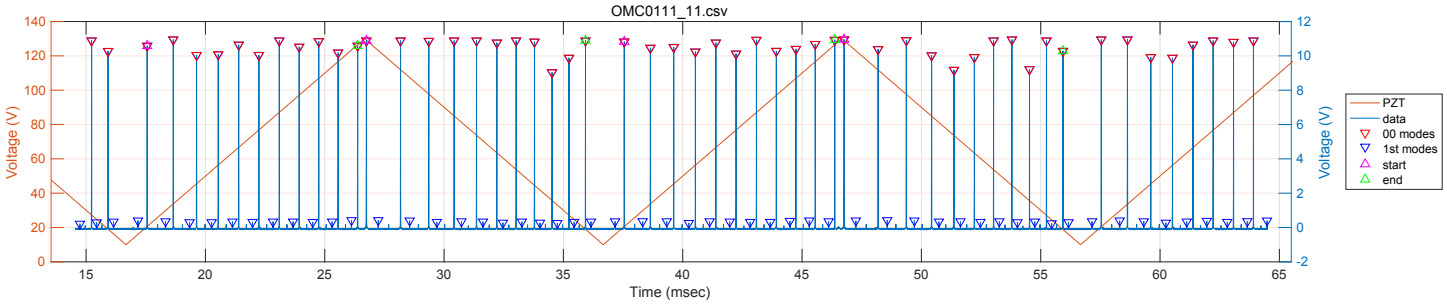


図 7.12: ピエゾ素子にかかる電圧と OMC 透過光強度の時間経過.

表 7.4: 使用データ：**OMC0111_11.csv** から求めた FSR，TMS，HGS

FSR	(msec)			TMS	(msec)			HGS	(deg)		
1.094	1.432	1.095	1.425	0.323	0.498	0.324	0.493	53.1444	62.5978	53.2603	62.2737
0.977	1.183	0.978	1.183	0.294	0.381	0.293	0.382	54.1658	57.9713	53.9264	58.1234
0.907	1.061	0.907	1.059	0.276	0.337	0.276	0.337	54.7740	57.1725	54.7740	57.2805
0.859	0.939	0.859	0.938	0.262	0.307	0.262	0.307	54.9010	58.8498	54.9010	58.9126
0.844	0.853	0.844	0.853	0.265	0.270	0.265	0.271	56.5166	56.9754	56.5166	57.1864
0.855	0.806	0.855	0.806	0.262	0.254	0.263	0.254	55.1579	56.7246	55.3684	56.7246
0.834	0.768	0.834	0.768	0.256	0.241	0.257	0.242	55.2518	56.4844	55.4676	56.7187
0.820	0.737	0.821	0.737	0.252	0.232	0.253	0.231	55.3171	56.6621	55.4689	56.4179
0.810	0.711	0.809	0.711	0.250	0.223	0.250	0.223	55.5556	56.4557	55.6242	56.4557
0.820	0.691	0.818	0.691	0.259	0.215	0.257	0.215	56.8537	56.0058	56.5526	56.0058
							all Ave	Average			
							56.3874	55.1638	57.5899	55.186	57.6099

- **OMC0111_13**: OMC4 PZT 50 Hz 120 V 5 回目

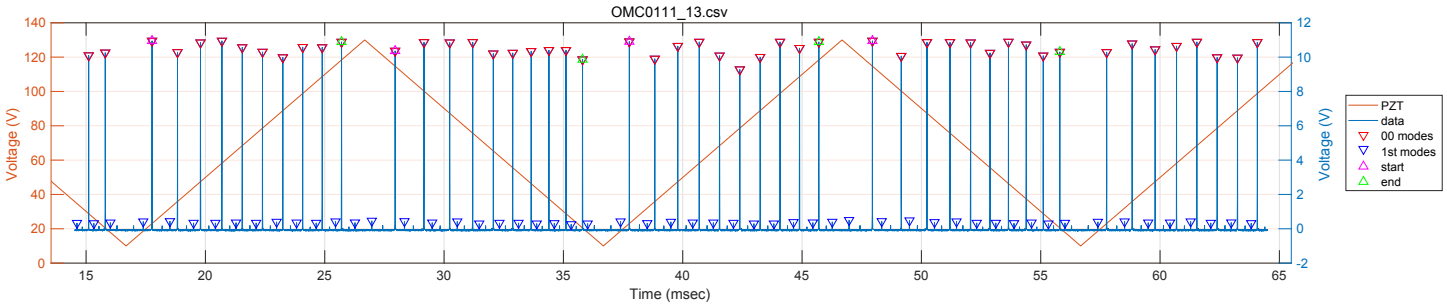


図 7.13: ピエゾ素子にかかる電圧と OMC 透過光強度の時間経過.

表 7.5: 使用データ：**OMC0111_13.csv** から求めた FSR，TMS，HGS

FSR	(msec)			TMS	(msec)			HGS	(deg)		
1.066	1.210	1.067	1.208	0.316	0.392	0.317	0.391	53.3583	58.3140	53.4770	58.2616
0.964	1.078	0.964	1.079	0.290	0.344	0.290	0.345	54.1494	57.4397	54.1494	57.5533
0.898	0.963	0.898	0.964	0.274	0.315	0.273	0.315	54.9220	58.8785	54.7216	58.8174
0.852	0.863	0.851	0.863	0.261	0.273	0.260	0.273	55.1408	56.9409	54.9941	56.9409
0.849	0.814	0.849	0.813	0.267	0.258	0.266	0.257	56.6078	57.0516	56.3958	56.9004
0.851	0.773	0.852	0.774	0.261	0.244	0.262	0.244	55.2056	56.8176	55.3521	56.7442
0.833	0.744	0.833	0.743	0.257	0.233	0.258	0.232	55.5342	56.3710	55.7503	56.2046
0.817	0.714	0.817	0.714	0.252	0.224	0.252	0.224	55.5202	56.4706	55.5202	56.4706
0.810	0.694	0.810	0.695	0.251	0.217	0.251	0.217	55.7778	56.2824	55.7778	56.2014
							all Ave	Average			
							56.1393	55.1351	57.174	55.1265	57.1216

表 7.6: 設定を変更して測定した片道 Gouy 位相の結果

NO.	PZT	周波数 (Hz)	電圧 (V)	平均数	平均片道 Gouy 位相 (deg)
1	OMC4	50	120	212	56.1795
2	OMC4	10	120	88	56.0973
3	OMC4	20	120	22	56.1099
4	OMC4	50	60	40	56.0008
5	OMC4	50	90	60	56.3849
6	OMC3	50	120	132	56.5052
					all Ave **56.21**

続いて，設定を変更して測定した結果を表を 7.6 に示す．ここで，設定により平均数が異なるが，各設定ごとに平均してから全体の平均値を求めているので設定ごとの重み付けはない．これらの測定から求められた KAGRA 用 OMC の周回 Gouy 位相は 56.21 度となった．

7.5.2 フィネス

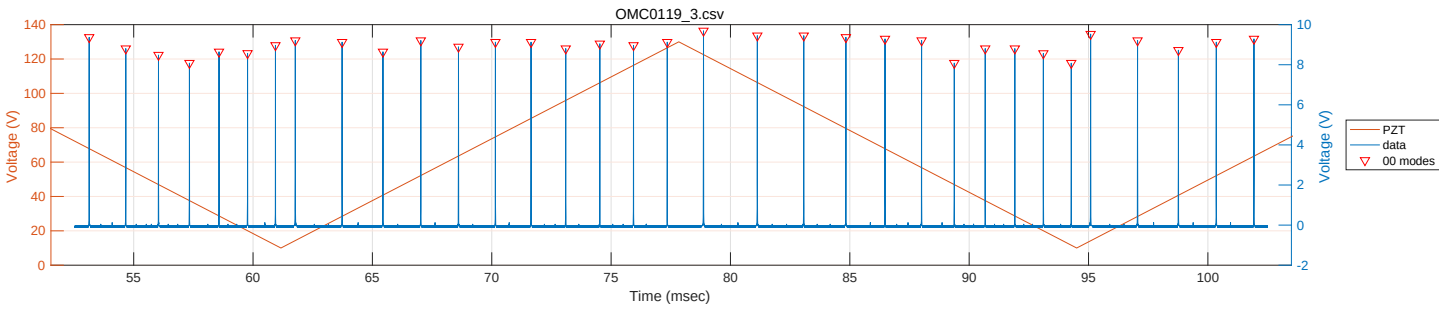


図 7.14: フィネス測定時に使用したデータのピエゾ素子への印加電圧と透過光強度の時間経過．入射光のアライメントはできるだけ正確に合わせているので，00 モード以外ほぼ見えない．

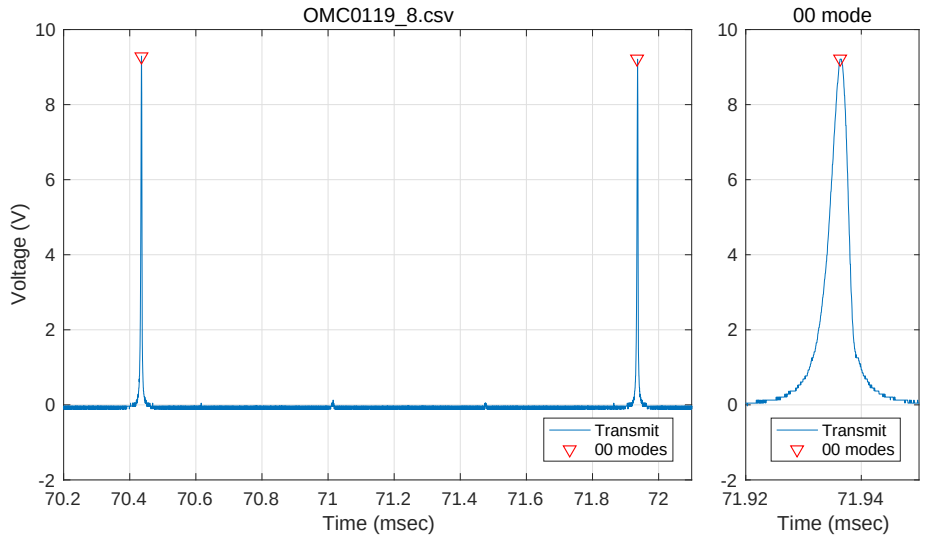


図 7.15: 図 7.14 の 71 mec 付近を拡大した図．(左)1 フリンジ分を拡大した図．00 モードが 2 回見える．このモード間の間隔を FSR と呼ぶ．(右) 左図の 71.93 msec 付近の 00 モードの透過光を拡大した図．このピークの値に対し，透過光強度が半分に減少する値を半値全幅 (HWHM) と呼ぶ．

フィネス測定に使用した際のピエゾ素子へ印加した電圧と OMC 透過光強度の関係を図 7.14 に示す．この実験では，OMC3 のピエゾ素子に 10 Hz 120 V の三角波を印加した．入射光のアライメントはできるだけ正確に調整しており，基本モードの透過光強度は約 9.5V，1 次モードの透過光強度は約 40 mV となっている．1 フリンジ分を拡大したものを図 7.15 に示す．2 つのピークの間が FSR，ピークの半値全幅が HWHM である．ピエゾ素子の変位の非線形性により FSR が変化してしまうことを考慮し，5 フリンジ分のフィネスを計算し平均した．結果を表 7.7 に示す．平均実測フィネスは $\mathcal{F}_{\mathrm{ex}} = 408.14$ と求められた．

表 7.7: フィネスの計算結果．ピエゾ素子の非線形性により，測定ごとに FSR の値が変化しているが，これに合わせて HWHM も変化しているのでフィネスの値は 408 付近にあることがわかる．

no.	FSR	HWHM	finesse
1	1.418	0.003492	406.1
2	1.442	0.003537	407.8
3	1.459	0.003589	406.5
4	1.500	0.003651	410.9
5	1.579	0.003858	409.4
		Average	**408.14**

7.6 KAGRA 用 OMC の共振器の評価

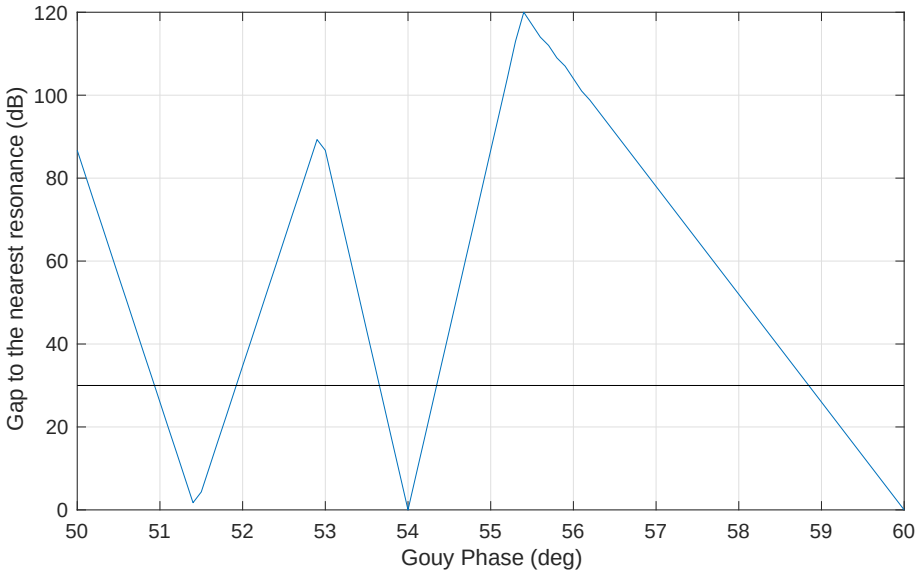


図 7.16: 基本モード-高次モード間隔と片道 Gouy 位相の関係

第 5 章で求めた，waldman 方式で求めた基本モード-高次モード間隔と片道 Gouy 位相の関係を図 7.16 に再度示す．設計値は 55.4 度で，この時の基本モード-高次モード間隔は基本モードのバンド幅の 120 倍で最大値だったのに対し，実測値の 56.21 度だと 98.8 倍となり，高次モードの除去性能が低下してしまった．非点収差による Gouy 位相の変化を考慮しても，少なくとも 95 倍以上間隔があいていると言える．一方で要求値は 30 倍であるため，運用には十分な性能の OMC を製作できたと言える．設計値と実測値が異なった原因として，共振器内の曲率付き鏡の曲率誤差が最も大きいと考えられる．式 (5.10) より，Gouy 位相から逆算すると，共振器鏡の曲率は 1.76 m となる．

フィネスについては設計値 780 実測値 408 と，設計値と実測値に大きな差が出来てしまった．一般的にフィネスが高い共振器の場合，大気中だと共振器内の光がロスしてしまうためフィネスを正確に測定することは困難と言われている．408 という値は大気中で測定できるフィネスの限界ともいえる値で，少なくともこの結果から高フィネスの共振器を組むことに成功したと言える．

第8章　防振装置

OMC のような精密な光学実験装置の運用には防振装置が不可欠である．本章では，KAGRA 用 OMC の防振要求値を満たす防振装置を設計・製作し，性能評価を行う．

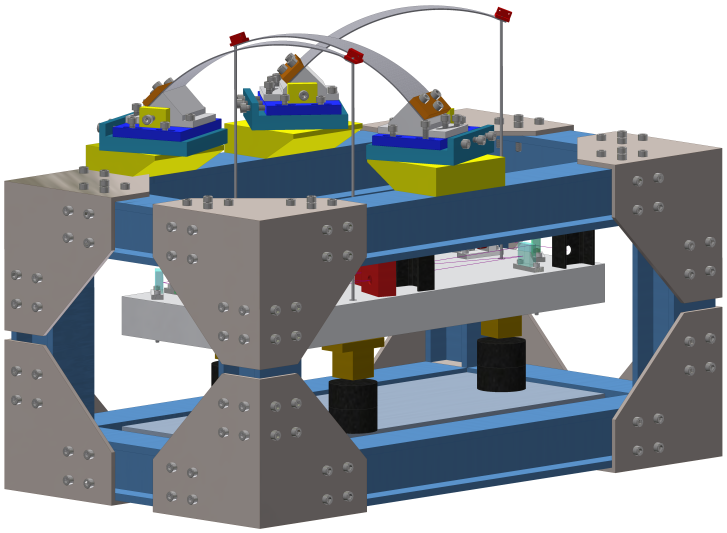


図 8.1: KAGRA 用 OMC の防振装置の全体像．スタックテーブルの上に置かれる．

OMC は真空チャンバ内の光学テーブル上に設置され，フレームから防振装置で懸架される．その構成は，共振器やフォトディテクタなどの光学装置を乗せた 15 kg の定盤を 3 本の板バネとワイヤから構成される 1 段振り子で懸架する防振系である．図 8.1 に防振装置の全体像を示す．防振装置の板バネの主要なパラメータを表 8.1，防振システムの主要なパラメータを表 8.2 に示す．

表 8.1: KAGRA 用 OMC の板バネのパラメータ．

懸架重量	5	kg	幅	52.7	mm	
材質	MAS-1		厚さ	1.3	mm	
降伏応力	1.9	GPa	初期角度	45	deg	
ヤング率	182	GPa	湾曲半径	190	mm	
全長	220	mm	共振周波数	1.5	Hz	実測値

表 8.2: KAGRA 用 OMC の防振システムのパラメータ．

初期定盤	200x500x40 mm A5052 10.8 kg
最終版定盤	200x500x50 mm 石英 11 kg
フレーム	330x660x310 mm
ワイヤ	200mm　ϕ300 um ピアノ線
防振性能	1/100 @20 Hz エディカレントダンピングと機械共振ダンパ込

8.1 スタック

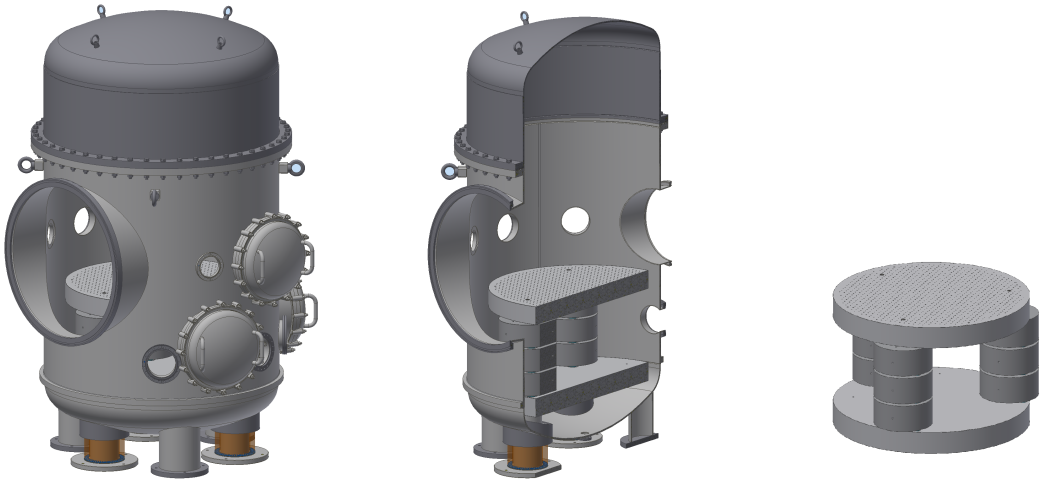


図 8.2: 真空チャンバとスタックテーブル．(左) 真空チャンバ．中にスタックテーブルが格納される．(中) 真空チャンバの断面図．(右) スタックテーブル．

スタックは，国立天文台・重力波プロジェクトの高橋竜太郎氏によって開発された防振テーブルである [30]．テーブルの脚に Q 値の低いゴムを使用し，この上に 100 kg 程度の重いテーブル台を置くことで防振性能を得る．OMC のフレームはスタックテーブル上に置かれるため，防振性能の要求値は地面振動からスタックテーブルによる防振を差し引いた揺れから計算される．

8.2 光学定盤の選定

防振装置を設計するに際し，まず始めに防振する対象物のサイズと重量を知る必要がある．出力モードクリーナの構成要素の中で特に重量が大きいのは，共振器を乗せる定盤である．定盤の選定では熱膨張による共振器長の変化や，固有モードによる揺れが出力モードクリーナの運用の妨げにならないように注意する必要がある．

8.2.1 材料の選定

材質を選定する際には，熱膨張率に着目し KAGRA での温度変化による共振器長の変化が補正できる範囲であるかを確認した．今回候補に挙がった材料の主なパラメータを表 8.3 に示す．熱膨張係数が低いことから，KAGRA 用 OMC の材質には石英を選択した．ただし石英定盤は最終感度に到達する最終版 OMC で使用し，初期版 OMC としてアルミ定盤のものも製作することとした．これには，初期版 OMC を製作が比較的容易でデザインもフレキシブルなアルミニウム定盤を使用し，石英定盤を製作する際のフィードバックとする目的がある．

8.2.2 形状の選定

定盤の上面のサイズは上に乗せる光学系からの要請で 200x500 mm と決定された．定盤の厚みについては，定盤の固有振動が OMC の感度を制限しないように設計する必要がある．ここでは，最終版の石

[*1] シグマ光機から．
[*2] [28] から抜粋

表 8.3: 光学定盤の候補となった材料の特性.

	熱膨張率 (10^{-6}/K)	密度 (g/cm^3)	ヤング率 (GPa)	加工
石英 [*1]	0.55	2.201	72.7	×
アルミ A5052	23.8	2.68	68	◯
インバー	1.7-2.0	8.0	140-150	△
LEX ZERO [*2]	≤1.9	8.1	133	△

英定盤の OMC を想定し，有限要素法シミュレーションソフト INVENTOR で序盤の厚みと共振周波数の関係を調べる.

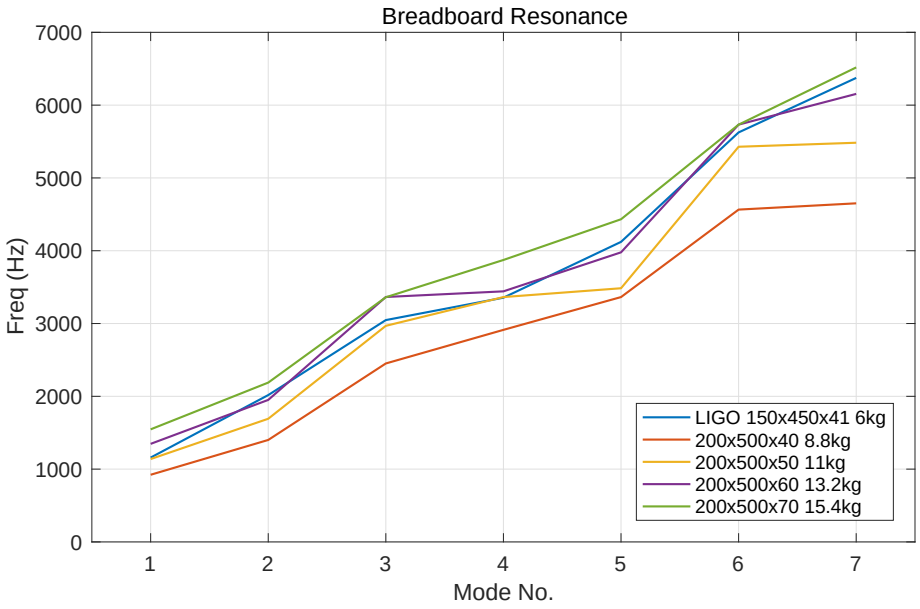


図 8.3: 上面が 200x500 mm の石英定盤の厚みと固有振動数の関係．横軸はモードの次数を表し，右に行くほど高次のモードを表す.

石英定盤の厚みと固有振動の共振周波数の関係を図 8.3 に示す．KAGRA の主な観測ターゲットは 100 Hz 帯域の中性子星連星から発生する重力波の検出なので，OMC の共振周波数は 1 kHz 以上が望ましい．一方で，定盤を厚くすればするほど固有振動の共振周波数は上がるが，製作やインストールが困難になる．ここでは製作やインストールも考慮し，最終版 OMC として厚さ 50 mm，11 kg の石英定盤を採用した．200x500x50 mm の石英定盤の固有振動と共振周波数を図 8.4 に示す．1 次共振周波数は 1138 Hz となった.

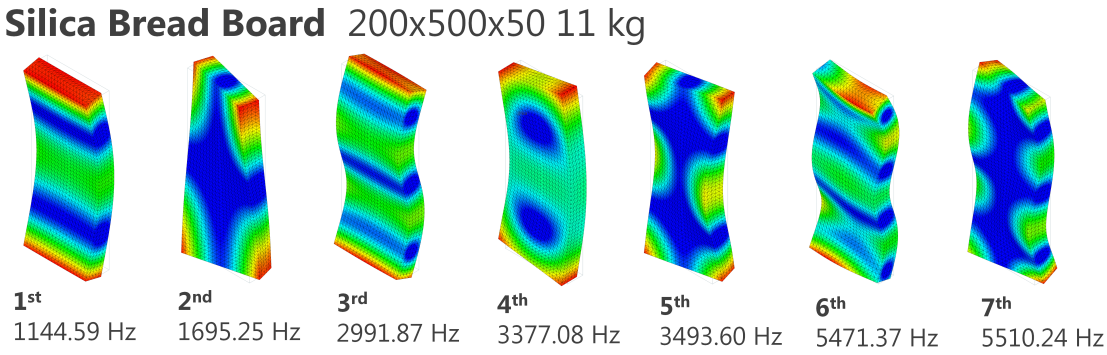


図 8.4: 200x500x50 mm の石英定盤の固有振動の揺れモードと共振周波数.

8.2.3 初期版出力モードクリーナ

続いて，初期版 OMC のアルミ定盤の検討を進める．KAGRA 用 OMC では，製作難易度と製作費用が非常に高い石英定盤の OMC を作成する前に初期版 OMC としてアルミ定盤を用いた OMC を作成する．アルミ定盤にするメリットとして，定盤にねじ穴を開けて光学素子をボルト固定できること，製作難易度と製作費用が比較的低いことなどが挙げられる．デメリットとしては石英に比べ熱膨張率が高く，温度変化による共振器長の変化が問題となる可能性があることが挙げられる．初期版 OMC ではこの問題を解決するために共振器内のピエゾ素子としてレンジの広いものを使用することで解決する．初期版のアルミ定盤は最終版の石英定盤にアップグレードされるまでに使用するため，石英定盤との互換性が必要である．特に，防振装置やフレームは同じものを使用する予定なので，定盤の重さが等しくなるように設計する必要がある．石英 (2.2 g/cm^3) とアルミニウム A5052(2.7 g/cm^3) の密度の違いから，アルミ定盤は 40 mm,10.8 kg の板を採用した．200x500x40 mm のアルミニウム A5052 の固有振動と共振周波数を図 8.5 に示す．1 次共振周波数は 826 Hz となった．

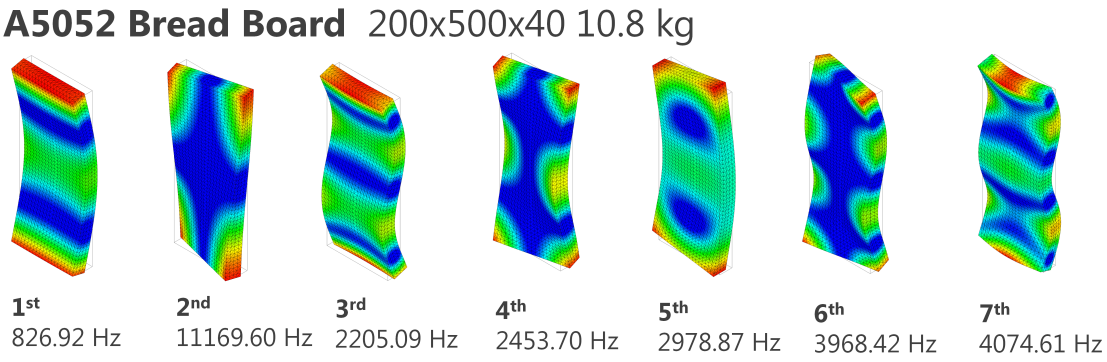


図 8.5: 200x500x40 mm のアルミニウム定盤の固有振動の揺れモードと共振周波数.

8.2.4　定盤の安定性とサスペンションポイント

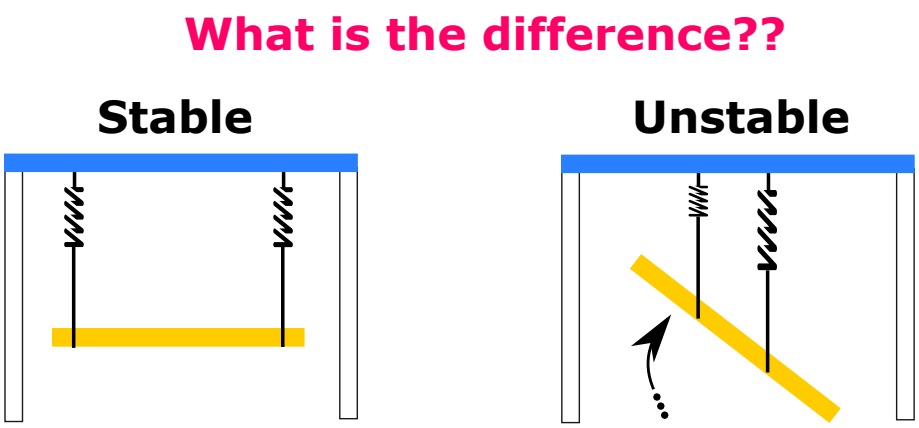


図 8.6: 板材をバネとバネから垂らしたワイヤで懸架する際の模式図．(左) 定盤の重さとバネの弾性力がつり合い定盤が安定している．(右) 定盤にモーメントがかかり，転覆してしまっている．

板材をバネとワイヤで懸架する際，ワイヤの固定点であるサスペンションポイントの選び方によっては，安定的な懸架が困難となる場合がある (図 8.6)．ここでは，板材を安定して懸架するためのサスペンションポイントの条件を示す．

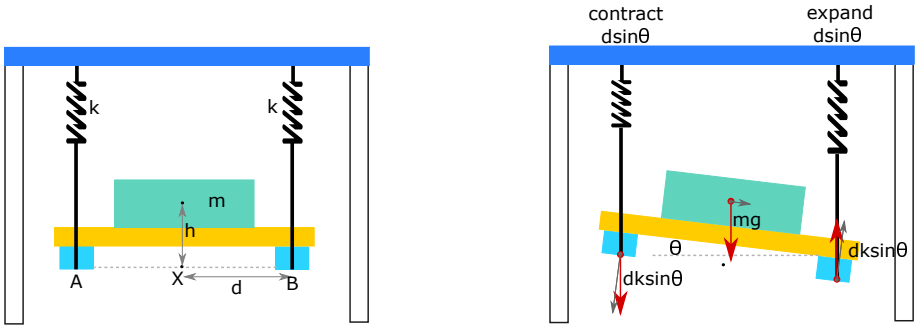


図 8.7: 定盤の安定性．

図 8.7 のように，バネ定数が k の 2 本のコイルバネからワイヤを垂らし棒を吊る状況を考える．コイルばねと板バネはバネ定数に関しておおよそ同じ物理特性をもつ．2 つのサスペンションポイントの間にあり，棒が平行な時に重心と垂直な点を X とする．X から全体の重心までの距離を h とする．そのほかのパラメータは図に記載されている通りである．棒が時計方向に θ 傾いたとき，バネ A は $d_1 \sin\theta$ 縮み，バネ B は $d_2 \sin\theta$ だけ伸びる．この時，点 X を中心とするモーメント N は以下の式で表される：

$$N = 2d^2 k \sin\theta\cos\theta - mgh\sin\theta. \tag{8.1}$$

棒を安定して懸架するには，棒が傾いたときに発生する力のモーメントが傾きと逆方向であることが条件である．つまり，棒が時計方向に傾いているこの状況では力のモーメントは反時計方向であれば棒は水平に戻り，安定する．一方で，力のモーメントが時計方向だと，棒の傾きがさらに大きくなり不安定となる．

$$2d^2 k\cos\theta - mgh > 0 \quad : \text{Stable} \tag{8.2}$$

$$2d^2 k\cos\theta - mgh \leq 0 \quad : \text{Unstable} \tag{8.3}$$

傾きが小さいとき， $\cos\theta \sim 1$ とし，式 (8.2) から安定的に棒を懸架するための点 X から重心までの距離 h の条件を求められる：

$$2d^2k > mgh \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{2d^2k}{mg} > h. \tag{8.4}$$

防振装置のインストール時や震災時など，やむおえずリリースされている状態の OMC 定盤が傾いてしまう可能性がある．点 $h = \tilde{h}$ のとき，OMC の定盤を傾けても自然と水平に戻り安全である角度は，式 (8.2) より，

$$\cos\tilde{\theta} > \frac{mg\tilde{h}}{2dk^2}. \tag{8.5}$$

を満たす．

続いて，KAGRA 用 OMC 定盤のパラメータを当てはめて計算しよう．定盤の長手方向と短手方向を分けて計算する．実際の点 X から重心までの距離は定盤上に乗せる重りの位置で変動するが，最も長い場合の値を計算に採用し，石英定盤の場合で $\tilde{h}_c$=35 mm，アルミ定盤の場合で $\tilde{h}_{al}$=30 mm とする．板バネの共振周波数は実測値の 1.5Hz とし，バネ定数は，$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_e}} \Leftrightarrow k = (f\times 2\pi)^2 \times m_e = (1.5\times 2\pi)\times 5 \sim 444$ である．ここで，m_e は一つの板バネにかかる重さ 5 kg である．サスペンションポイントから重心までの距離 d は，OMC 定盤上の光学素子の位置から選択できる場所が限られる．定盤の安定性や共振器の性能を考慮した結果，定盤の 3 つのサスペンションポイントは底辺 170 mm 高さ 300 mm の二等辺三角形上に設定した．この三角形の重心と定盤の重心は一致する．

長手方向

長手方向の計算では，重心からサスペンションポイントまでの距離が左右で異なり d_1=0.2 m, d_2=0.1 m であることと，d_2 は 2 本のワイヤで懸架されていることに注意が必要だが，モーメントの計算に際しては $d_1 = d_2 = 0.2$ m で共に 1 本のワイヤで懸架されている状況と同等である．d=0.2 m m=15 kg, k=444, g=9.8 m/s^2 を式 (8.4) に代入すると，

$$\frac{2\times 444\times 0.2^2}{15\times 9.8} \sim 0.24 > h. \tag{8.6}$$

となり，石英定盤の場合の $h_c = 0.035$m もアルミ定盤の場合の h_{al}=0.03 m も，安定条件を満たしていることが分かる．さらに，式 (8.5) より，OMC 定盤を傾けても水平に戻る最大の角度は，石英定盤の場合 θ_cとアルミ定盤の場合θ_{al} で，

$$\cos\theta_c = \frac{15\times 0.035}{2\times 0.2^2\times 444} \sim 0.015 \Leftrightarrow \theta_c \sim 89 \text{ deg} \tag{8.7}$$

$$\cos\theta_{al} = \frac{15\times 0.030}{2\times 0.2^2\times 444} \sim 0.012 \Leftrightarrow \theta_c \sim 89 \text{ deg} \tag{8.8}$$

となり，こちらの方向に板バネの不安定性で転覆する可能性はまずないと考えられる．

短手方向

d=0.085 m, m=15 kg, k=444, g=9.8 m/s^2 を式 (8.4) に代入すると，

$$\frac{2\times 444\times 0.085^2}{15\times 9.8} \sim 0.045 > h. \tag{8.9}$$

となり，石英定盤の場合の $h_c = 0.035$ m もアルミ定盤の場合の h_{al}=0.03 m も，安定条件を満たしていることが分かる．さらに，式 (8.5) より，OMC 定盤を傾けても水平に戻る最大の角度は，石英定盤の場合 θ_cとアルミ定盤の場合θ_{al} で，

$$\cos\theta_c = \frac{15\times 0.035}{2\times 0.085^2\times 444} \sim 0.80 \Leftrightarrow \theta_c \sim 36.7 \text{ deg} \tag{8.10}$$

$$\cos\theta_{al} = \frac{15\times 0.030}{2\times 0.085^2\times 444} \sim 0.69 \Leftrightarrow \theta_c \sim 46.4 \text{ deg} \tag{8.11}$$

となり，これ以上定盤を傾けると OMC が転覆し危険である．

なお，この計算ではバネ定数を概算で求めたため，実際に吊った際に不安定になる可能性を完全に否定できたわけではない．しかしその場合は板バネの共振周波数調節用に設けた 3kg のカウンターマス (重り) を定盤の下に設置し重心を下げ，実際のサスペンションポイントから重心までの距離 $\tilde{h}$ を短く調整すれば安定的な懸架が可能となる．この結果はカウンターマスの形状を工夫して重心位置を下げればどんな系でも安定してバネで懸架できることを示している．

8.3 板バネの設計

防振装置では共振周波数によりその防振性能が決まる．始めに，振り子を用いた防振装置で共振周波数と防振性能の関係を確認する．振り子の長さを l，重りの質量を m，重力加速度を g とすると，ダンピング機構の無い防振系の伝達関数 $H(\omega)$ は以下の式で表される：

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}. \tag{8.12}$$

ここで ω_0 は $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ で表される共振周波数である．この式をプロットしたものを図 8.8 に示す．図から分かるように，振り子では共振周波数よりも低周波帯域では振動と懸架対象は同じ運動を，共振周波数付近では振動が懸架対象に増幅して伝わるため懸架対象は大きな運動を，共振周波数よりも大きな周波数帯域では振動が防振される．共振周波数よりも大きな周波数帯域での防振比は f^{-2} に比例する．

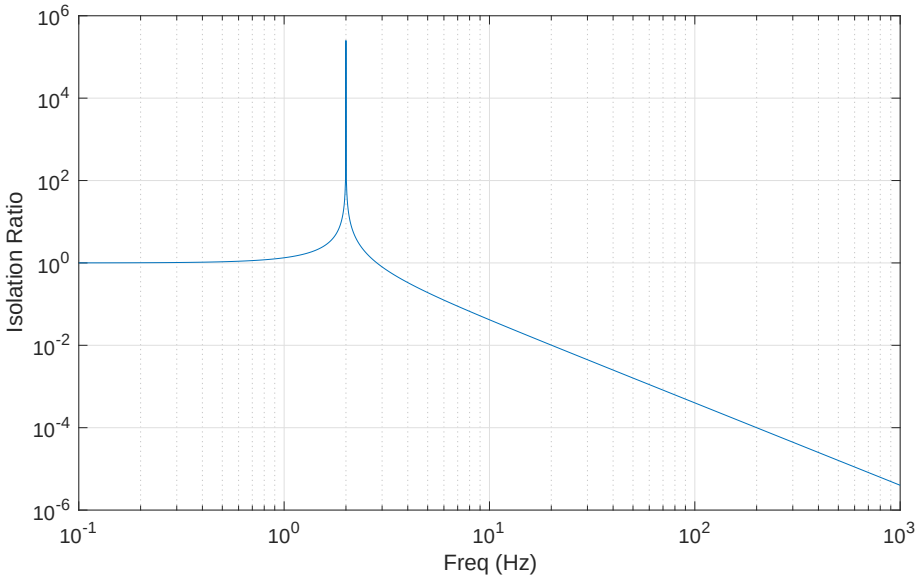


図 8.8: 共振周波数と防振性能の関係

振り子は水平方向の防振装置であり，鉛直方向の防振装置には板バネが用いられる．板バネの共振周波数と防振性能の関係も，機械共振のある高周波帯域を除けば振り子と同じく式 (8.12) に従う．

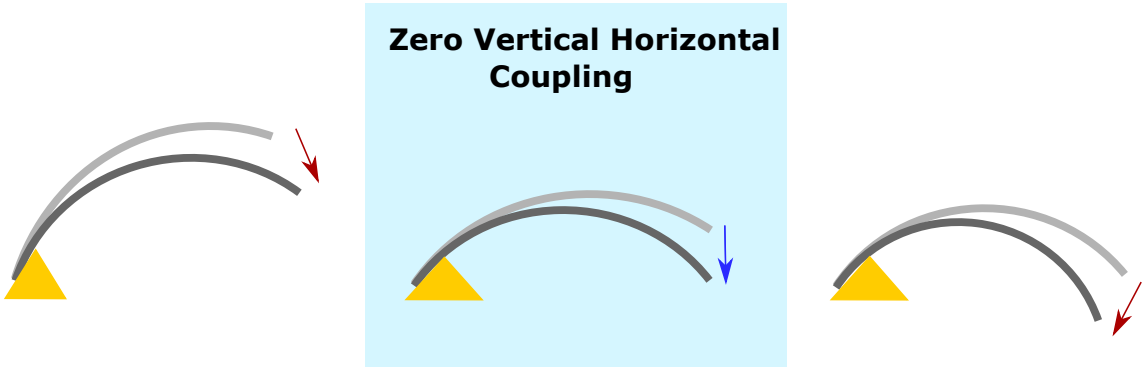


図 8.9: 板バネの縦横カップリング．板バネを固定し先端に重りをつけて板バネを曲げる様子を横から見ている．中心の図の板バネは先端が下に沈み込む際に水平方向の動きが最小である「縦横カップリングゼロ」の状態である．

KAGRA 用 OMC の防振装置に使用する板バネは，無荷重状態で平らで荷重がかかった際に円弧を描くように設計された．さらに，重要な設計コンセプトとして荷重がかかった際に縦横カップリングがゼロになるように設計された (図 8.9)．これは，OMC の懸架系が 3 本吊りで回転非対称なので，定盤が下に沈んだときに板バネの動作点が横にも動いてしまうと，定盤の横揺れが誘発されてしまう．これを阻止するために，板バネの動作点で板バネが下に沈み込んだときに発生する横移動が最小になるようなパラメータを選択した．板バネの設計理論について詳しく述べる．[*1]

曲がった板バネにかかる応力 σ は以下の式で表される：

$$\sigma = \frac{Et}{2R}. \tag{8.13}$$

ここで，E は板バネのヤング率，t は板バネの厚さ，R は曲がった板バネの湾曲半径である．荷重がかかった際に板バネが完全な円弧を描いて曲がるような横幅は，Sin 関数で表現される [31]：

$$w(x) = \frac{6mgR}{\sigma t^2} \sin\left(\frac{x}{R}\right). \tag{8.14}$$

ここで，この形状は，荷重がかかった状態で真上から見たときに二等辺三角形に見えるような形状である．この板バネの共振周波数は以下の式で表される：

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R(\theta\sin\theta + \cos\theta - 1)}}. \tag{8.15}$$

パラメータの選択に際し，以下の 4 点の条件を科した：

- 共振周波数が 2 Hz 以下であること．
- 板バネの安全率が 3 以上であること．
- OMC の防振装置として組み込めるサイズであること．
- 縦横カップリングがゼロであること．

ここで，共振周波数は防振要求値の 20 Hz での防振性能が 1/100 であることから求められた．また，板バネの安全率は地震等の地面の大きな振動や，インストール時の衝撃に耐えられる安全率として 3 が選択された．理論式から計算された板バネのパラメータを表 8.4 に示す．購入できるマレージング鋼の板材が限られており，厚さは 1.3 mm しか選択できなかった．また，サイズも限られていたため，板バネの長さは 220 mm となった．このほかの動かせるパラメータを変更し，最適と考えられる解が表 8.4 に示す値である．防振比の要求値である 20 Hz で 0.01 倍の防振比を満たすためには共振周波数を 2 Hz 以下にする必要があるが，これ以上共振周波数を下げると安全率が 3 を下回り，製作・実験・インストールに問題があると考え，安全率を 3 以上に保ち防振比を 20 Hz で 0.012 倍程度にする設計を選択した．

[*1] ここでは懸架される重さは初期設定の全体で 13kg で計算している．実際には，実験で板バネが予想より曲がらなかったことを受け，板バネ調節用のカウンターマス 2kg を設けたため全体で 15kg となっている．

表 8.4: 理論式から設計された板バネのパラメータ.

板バネの本数	3	
重り	4.33	kg
長さ	220	mm
幅	42.14	mm
厚さ	1.3	mm
初期角度	45	deg
湾曲半径	190	mm
許容応力	182	Mpa
共振周波数	2.23	Hz
安全率	3.05	

8.3.1 非線型有限要素法解析

前項の板バネの設計理論では，板バネを曲げた際の金属の歪みの影響が考慮されておらず，特に安全率の計算で理論計算と実際の結果の相違が大きくなる可能性がある．これを確認し，必要があれば設計値を変更するために，理論計算で設計された板バネをモデル化し，有限要素法で解析を行う．板バネのような変形の大きなシミュレーションを行う場合は，非線型有限要素法解析を行う必要がある．今回は有限要素法解析ソフト INVENTOR[*2] および非線型シミュレーションソフト NASTRAN IN-CAD[*3] を使用して，板バネモデルの解析を行った．作成した板バネのモデルを図 8.10 に示す．赤が板バネを曲げた際に大きな応力がかかる範囲，青は応力が小さい範囲を表す．理論的は板バネの上面にはすべての位置で同じ力がかかるが，有限要素法で解析すると板バネの淵に大きな力がかかっていることが分かる．図中の赤いラベルで示す部分に最大の応力 852 Mpc がかかる計算となり，その時の安全率は約 2.4 と目標値を下回る結果となった．ここから，板バネの横幅を 1.25 倍して安全率を高めるよう設計を変更した．設計変更後の応力は 640 MPc, 安全率は約 3 である．

[*2] Autodesk Inventor Professional 2016
[*3] Autodesk NASTRAN IN-CAD 2016

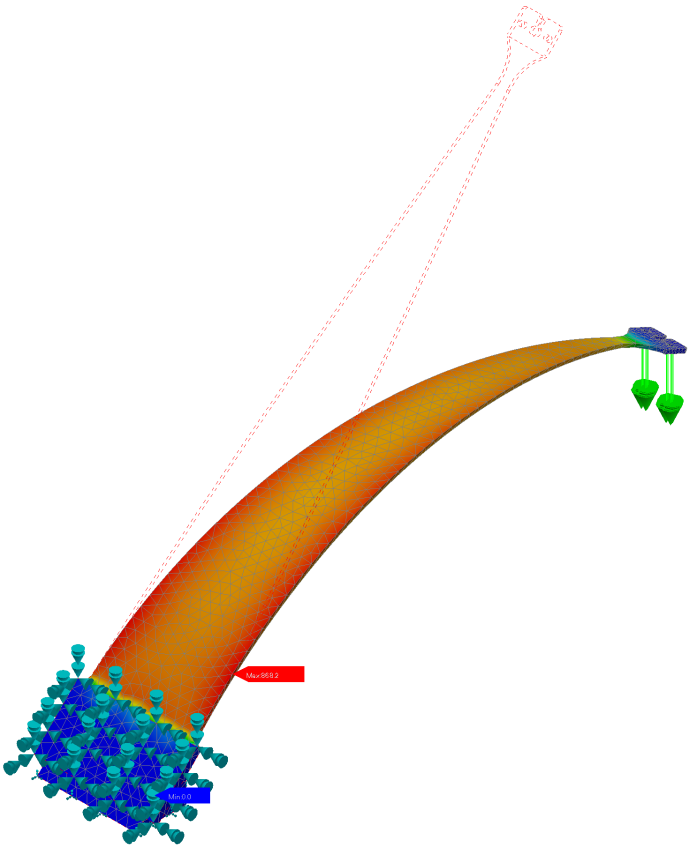


図 8.10: 非線型有限要素法解析．赤が板バネを曲げた際に大きな応力がかかる範囲，青は応力が小さい範囲を表す．

8.3.2 固有モード解析

続いて，有限要素法解析ソフト ANSYS を使用して板バネの固有モード解析を行った．固有モード解析では，固有モードの共振周波数の計算が可能で製作前に感度に影響する機械共振が無いか確認したり，性能評価実験の際に機械共振のピークを判定するのに有効な結果が得られる．3 次までの機械共振のモードと共振周波数の計算結果を 8.11 に示す．結果から，1 次の機械共振の周波数は 96.365 Hz，2 次は 298.35 Hz，3 次は 472.48 Hz，4 次は 630.51 Hz，5 次が 1060.8 Hz と分かった．なお，この計算結果は板バネ単体で使用した場合の値で，実際にはワイヤクランプや機械共振ダンパを置く影響で機械共振の共振周波数は僅かに低周波側へシフトすることになる．したがって，シミュレーションから求めた結果は伝達関数の測定後にあらわれた共振ピークの参考値として使用する．

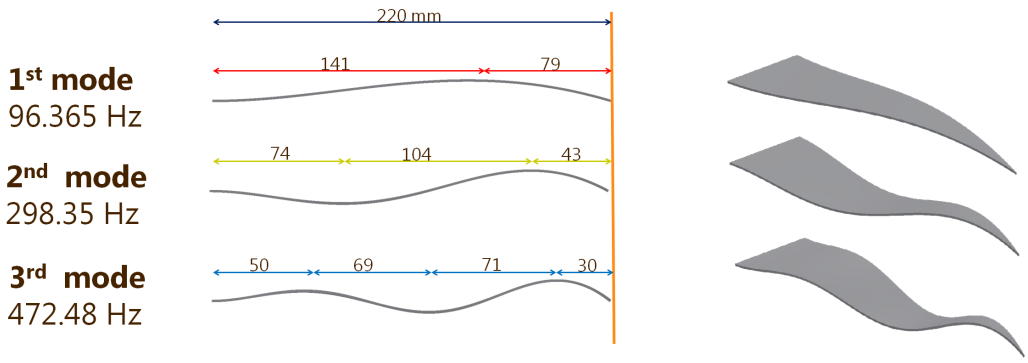


図 8.11: 板バネの固有モードと共振周波数.

8.4 ダンピング機構

防振装置の伝達関数に鋭い共振ピークがあると，共振周波数で極めて大きな揺れが発生し防振性能に支障をきたす場合がある．共振周波数での揺れを抑える機構をダンピング機構と呼ぶ．KAGRA 用 OMC の防振装置には 1 次共振を抑える効果があるエディカレントダンピングと，板バネの高次の共振を抑える機械共振ダンパを導入する．

8.4.1 エディカレントダンピング

防振装置は共振周波数以上の帯域で防振性能を発揮する装置だが，共振周波数付近では逆に振動を増幅する特性がある．共振周波数付近での振動を減衰するために導入する機構がエディカレントダンピングである．エディカレントダンピングでは，基本振動を減衰すると同時に高周波帯域での防振比を下げる特徴があり，この比率を慎重に検討する必要がある．エディカレントダンピング機構は磁石と導体から成る．実際に設置した磁石の写真を図 8.12 に示す．



図 8.12: エディカレントダンピングに用いたブレッドボード裏の銅板とその下に設置された磁石．銅板と磁石の距離を調整することでダンピングの強さを調節できる．磁石はフレームに設置した木板に固定したステンレスのボルトに磁力で固定されている．

今回は防振対象のダミー OMC ブレッドボードの裏に導体として銅板を設置する．銅板の下に防振されていない磁石を設置する．防振対象のブレッドボードに振動が加わると，銅板と磁石の間に相対運動

が発生し，ファラデーの電磁誘導の法則に従い銅板に渦電流が発生する．この渦電流により運動エネルギがジュール熱に変換され，失った運動エネルギの分だけ振動が減衰される．

振り子の長さを l，重りの質量を m，重力加速度を g とすると，ダンピング機構の無い防振系の伝達関数 $H(\omega)$ は以下の式で表される：

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}. \tag{8.16}$$

ここで ω_0 は $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ で表される共振周波数である．この式から，共振周波数以上の帯域で f^{-2} に比例することが分かる．エディカレントダンピングを導入した場合の伝達関数 $H_d(\omega)$ は以下の式で表される [20]:

$$H_d(\omega) = \frac{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}. \tag{8.17}$$

ここで，Q は共振の鋭さを表す Q 値である．防振比は $|H_d(\omega)|$ で表され，周波数帯域による場合分けを行うと以下の特性があることが分かる：

$$|H_d(\omega)| \simeq \begin{cases} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 & (1 \ll \omega/\omega_0 \ll Q) \\ \frac{Q\omega_0}{\omega} & (Q \ll \omega/\omega_0) \end{cases} \tag{8.18}$$

つまり，Q が大きい場合 (共振ピークが鋭い場合) では低周波帯域で防振比が f^{-2} に比例し，高周波帯域では f^{-1} に比例する．Q が小さい場合 (共振ピークが低い場合) は防振比が f^{-2} に比例する帯域はほぼ存在せず，常に f^{-1} に比例することを示している．すなわち，Q を低くすると高周波帯域での防振性能が下がることを意味する．図 8.13 に Q 値と防振性能の関係を示す．

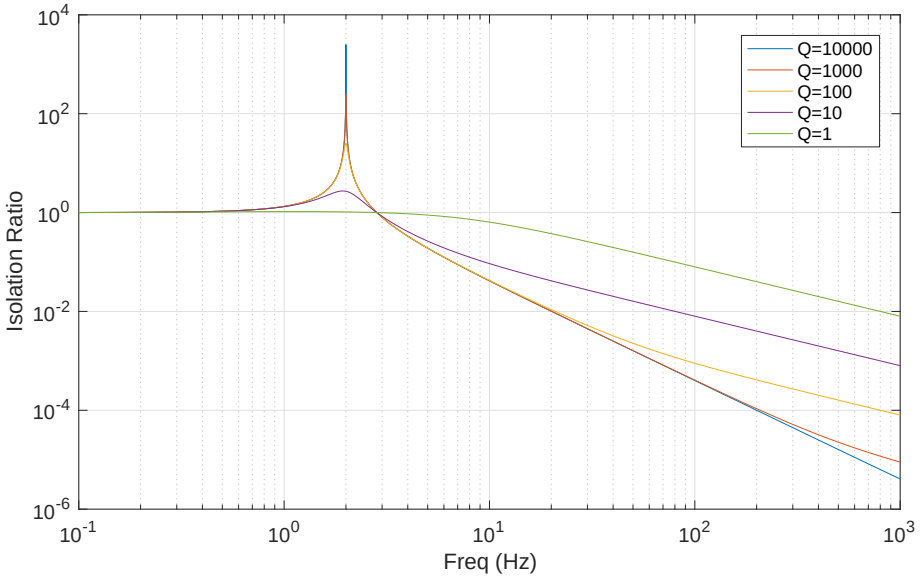


図 8.13: Q 値と防振性能の関係．共振周波数は全て 2 Hz としている．

ダンピングによる防振性能の悪化は，高周波帯域ではダンピング機構が逆に防振対象を揺らしてしまうことが原因である．今回作成した防振機構でも磁石は防振されておらず地面振動と共に運動するため，高周波帯域で防振対象のブレッドボードの振動を増幅してしまう可能性もある．この場合にはダンピングの Q 値を上げるか，磁石にブレッドボードと異なる共振周波数の防振装置を導入する必要がある．また，エディカレントダンピングには磁石を使用するため，ブレッドボードの裏には強磁性体の材料は使用不可となる．

8.4.2 機械共振ダンピング

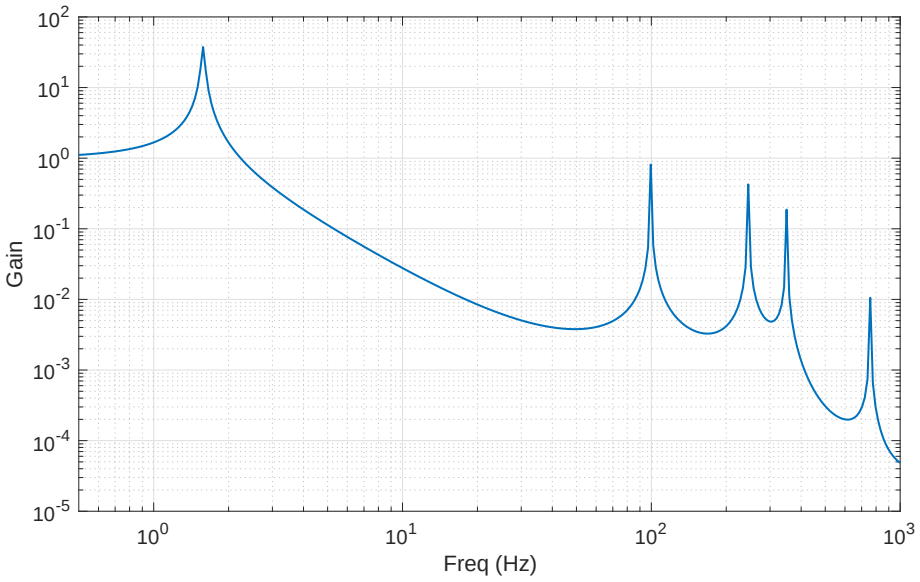


図 8.14: 板バネの伝達関数．共振と機械共振がある．

物体の共振には基本振動の他に物体中に節を持つ「機械共振 (Menical mode)」が存在する．図 8.14 にシミュレーションから求めた板バネの伝達関数を示す．共振周波数よりも高周波帯域でいくつかのピークが確認できる．機械共振は基本振動より高周波帯域で発生するため防振装置の性能に対する影響は比較的小さいが，時として性能の問題になることもある．機械共振のピークを低くする方法としては，振動エネルギを吸収するような「ダンパ」を設置し振動を減衰するのが一般的である．簡単な機械共振ダンパの例は，ゴム製の球を機械共振の最も揺れる部分 (振動の腹) に設置し，ゴム球が揺れることによって機械共振のエネルギを吸収し振動を減衰させる方法である．

今回は薄い金属膜・磁石・銅を組み合わせ，エディカレントダンピングを応用して軽量でダンピング性能の高い機械共振ダンパを製作した．今回作成した機械共振ダンパの構造を図 8.15 に，実際の写真を図 8.16 に示す．

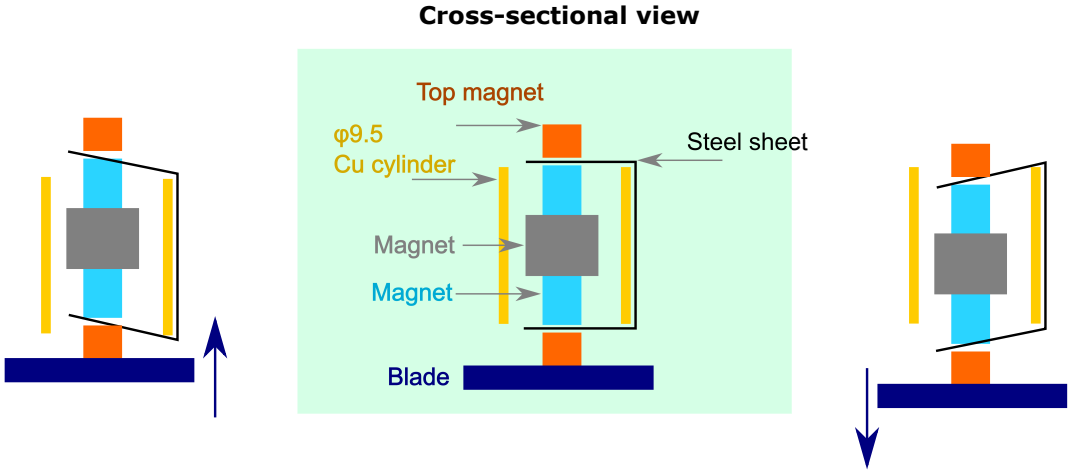


図 8.15: 機械共振ダンパが動く様子．ステンレスシートがバネの役割をするため，板バネの動きと共に磁石が動くのに対し，銅筒は動かない．

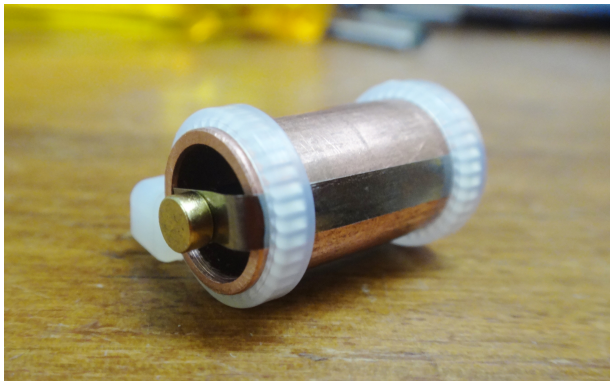


図 8.16: 実際の機械共振ダンパの写真.

銅製の筒の中に磁石を入れ，銅筒と磁石が接触しないように厚さ 0.028 mm のステンレスシートで固定している．ステンレスシートと銅筒は結束バンドで固定した [*4]．ステンレスシートは十分にしなやかで弾性があり，磁石と銅筒はバネで繋がっている状態となる [*5]．このバネの共振周波数以上の帯域で磁石側に振動を加えると，銅筒はステンレスシートのバネで防振された状態になり，銅筒と磁石は相対運動をすることになる．銅筒の中で磁石が動くと，銅筒の内部で渦電流が発生し，ジュール熱が発生し振動エネルギを放出できる．作成した機械共振ダンパの全体の質量は 6 g，そこからフリーマスである銅筒の質量を引くと 2.28 g である．ここで軽量な機械共振ダンパを作成したのは，板バネ自体が重くなると機械共振の共振周波数が低周波にシフトし防振性能への影響が大きくなることが理由である．機械共振ダンパによる機械共振のシフトは，基本振動の共振周波数は変化はない．また，板バネの質量としてカウントされるのは機械共振ダンパからフリーマス部分である銅筒の質量を引いたものである．

機械共振ダンパを設置する位置は，板バネ上で減衰させたい機械共振の腹に当たる位置に設置するのが最適である．したがって複数の異なる共振周波数を持つ機械共振を減衰させる場合は，それぞれの機械共振の腹に一つずつ機械共振ダンパを設置するのが最適である [*6]．しかし，先に記したようにダンパを増やすと板バネの質量が増え，機械共振が低周波にシフトし総合的に防振比が悪化する．今回は一つ目 (1 次) の機械共振の腹の位置に 1 つの機械共振ダンパを設置することとした．板バネの先端からの距離は 79 mm である．機械共振ダンパは振動の腹の位置に置く場合が最も効力を発揮するが，振動の節以外の位置ならば腹の位置ではなくてもある程度のダンピング性能が期待できる．また，板バネはには磁性があり，機械共振ダンパの板バネに接触する部分は磁石なので，板バネには磁力で固定できる．

機械共振の影響を抑えた縦防振機構として，Euler spring[32] がある．Euler spring はひし形に曲げられた 2 枚の板を縦方向に圧縮し変形させるバネで，懸架荷重に対してバネ自体の重さが極めて軽いことが特徴である．機械共振はバネ自体の重さで低周波側にシフトするため，バネが軽量な Euler Spring は機械共振が高周波にあり，防振性能への影響を小さくできる．また，Euler spring は防振装置を長期的に使用した際に動作点が徐々に変わる現象である「スイープ現象」や，金属内部の疲労により動作点が大きく動く「クラックリング現象」が少ない縦防振装置としても知られており，これからの重力波検出器での応用が期待される．

8.5　ワイヤの選定

防振システムを懸架するワイヤの素材・直径・長さを選定するに当たり，(1) 振り子モードの周波数，(2) 懸架した際のワイヤの安全率，(3) バイオリンモードが出現する周波数を考慮する必要がある．

[*4] はんだ付けしようとしていたが困難だった．真空中で使用できる結束バンドも存在するので，KAGRA で使用する際も結束バンドを使用できる．

[*5] 実際にはエディカレントダンピングが働く

[*6] ここでいう最適とは機械共振の Q 値を下げることに特化するならこれが最適という意味である．

(1) 振り子モードの周波数 ワイヤの長さは振り子モードの周波数から決定される．単振り子の周波数は以下の式で表される：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{8.19}$$

今回は 200 mm のワイヤを使用するため，共振周波数は 1.25Hz となる．

(2) ワイヤの安全率 ワイヤの安全率を決定するに当たり，インストール時にかかる荷重や非常時の揺れ等を考慮し，ワイヤの安全率は 2 以上と指定した．ワイヤの強度計算には以下の式を用いる：

$$\frac{M}{A} \times S = \sigma \tag{8.20}$$

ここで，M はワイヤにかかる荷重，A はワイヤの断面積，S は安全率，σ はワイヤの引張強度である．ワイヤの引張強度 σ はワイヤの種類と線径に依存する．KAGRA 用 OMC のワイヤには工業製品として一般的に用いられており，入手も比較的簡単なピアノ線 SWA-A とタングステン線 VWW1, 2-D, C, E についての検討を行った．引張強度と線径の関係を表 8.5 に示す．なお，この表でピアノ線 SWA-A については JIS G3522，タングステン線 VWW1, 2-D, C, E，線径 0.1, 0.2 mm については JIS H4416 を参照したものである．

表 8.5: ピアノ線とタングステン線の引張強度

	ピアノ線		タングステン線		
	引張強度 (N/mm^2)		引張強度 (N/mm^2)		
ϕ (mm)	min	max	min	max	参考
0.10	2790	3090	2100	3600	2944
0.20	2600	2840	1900	3400	2454
0.29	2450	2700			
0.40	2350	2600			
0.50	2300	2550			1958
0.60	2210	2450			
0.80	2110	2350			
1.0	2060	2260			1972
1.4	1960	2160			
2.0	1810	2010			
10	1420	1570			

安全率が 2 以上になるようなピアノ線とタングステン線の直径は以下の式を満たす：

$$d_{\mathrm{piano}} > 300\,\mathrm{um},\ \ d_{\mathrm{W}} > 300\,\mathrm{um}. \tag{8.21}$$

(3) ワイヤのバイオリンモード ワイヤに重りを吊るとき，ワイヤがバイオリンの絃のように両固定端で振動するモードが出現する．この振動をバイオリンモードと呼ぶ．重力波検出器ではレーザーの散乱光がワイヤに入射した際に散乱光やその反射光がバイオリンモードの周波数で振動し，観測の妨げとなる可能性がある．バイオリンモードはある周波数以上の帯域で発生するため，このノイズを抑えるために最初のバイオリンモードの周波数ができるだけ高くなるパラメータを選択する．バイオリンモードが出現する最低周波数はワイヤの直径に反比例し，以下の式で表される [33]：

$$\Omega = \frac{1}{dl}\sqrt{\frac{\pi m g}{2\rho}}. \tag{8.22}$$

ここで，Ω はバイオリンモードの最低周波数 (Hz)，d はワイヤの直径，l はワイヤの長さ， m は重りの質量，ρ はワイヤの密度，そして g は重力定数である．今回は最初のバイオリンモードの周波数が 1000 Hz 以上になるようにワイヤの径を設定する．ピアノ線とタングステン線の直径には以下の条件が課される：

$$d_{\mathrm{piano}} < 500\,\mathrm{um}, \quad d_{\mathrm{W}} < 350\,\mathrm{um}. \tag{8.23}$$

(1)-(3) の条件を満たすのは長さ 200 mm，直径　$300 < d_{\mathrm{piano}} < 500\,\mathrm{um}$ のピアノ線か，$300 < d_{\mathrm{W}} < 350\,\mathrm{um}$ のタングステン線である．素材の特性として，ピアノ線が磁性を持っている一方で，タングステン線は一般的に強度ではピアノ線に劣るが非磁性であるため，コイルアクチュエータやマグネット等磁性が問題となる装置付近での使用が可能である．今回はワイヤの径が小さく磁性による影響は少ないと考え，バイオリンモードの周波数・安全率共に優れる直径 300 um のピアノ線のワイヤを使用した．この時の安全率は 3.7，最初のバイオリンモードの周波数は 1672 Hz である．

8.6　フレーム

本節には，OMC 懸架系を搭載するフレームの設計について記す．OMC のフレームには OMC 定盤のアースクエックストップや，インテグレーション時に使用するコイルアクチュエータなどの搭載が提案・検討されており，これから詳細を決定していく必要がある．ここでは，これから搭載する部品の詳細が決定した際に適宜アップデートが可能であるようなシンプルなフレームの設計コンセプトを示す．

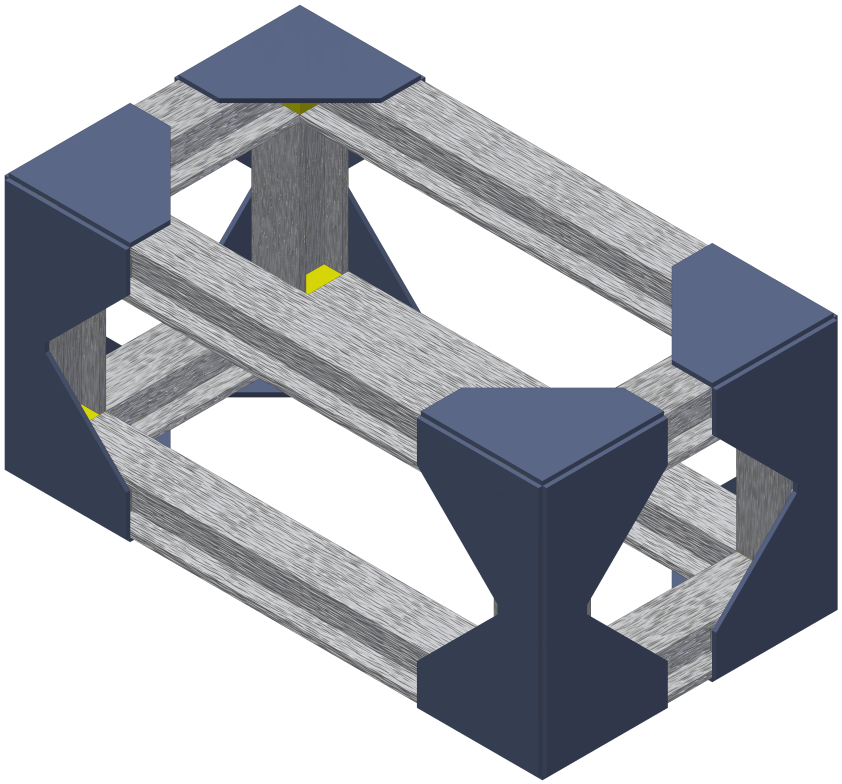


図 8.17: フレームの構造図．I ビームをコーナープレートで固定する．

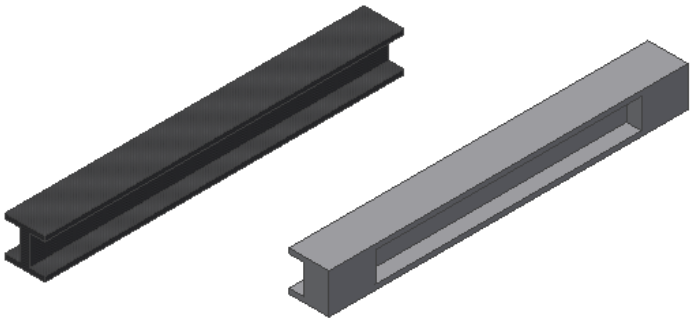


図 8.18: I ビームの構造図．実際には図中右のようにコーナープレートを固定するために一部 I ビームを埋めるか部品を追加する必要がある．

フレームの全体図 8.17 に示す．フレームは OMC の性能に影響しないような共振周波数を計算し設計する必要がある．剛性が高いだけのフレームを作るには，肉抜きなしの可能な限り太い柱のフレームを作ればよいが，実際にはフレームの柱は OMC への入射光を遮ってはならないし，スタックテーブル上で他のパーツと干渉しないように大きさの上限がある．さらにインストール時に持ち上げなければならないことから軽量化も必要である．定盤上で他の装置と干渉しないフレームの上面の最大サイズは 330x660 mm，高さは防振装置から決定され，310 mm となる．OMC 定盤の上面サイズが 200x500 mm なので，定盤の側面からからフレームまで 20 mm のマージンを取るとして，フレームの柱の太さは最大 60 mm となる．この 60 mm の柱材で軽量で剛性の高い形状として，建築材としても良く使用される「I ビーム」と呼ばれる構造がある．I ビームの形状を図 8.18 に示す．I ビームはその名の通り断面がアルファベットの I となる柱材である．このフレームでは，I ビーム同士をボルトで繋ぐのではなく，剛性をさらに上げるためにフレームの 8 つの角にキューブを設置し，キューブと I ビームをプレートで繋ぐ．このように荷重をプレートで受けることで，荷重をボルトの伸縮方向のみで受ける場合に比べ剛性を高めることができる．コーナーキューブは今後追加の部品を取り付ける場所としても有効である．

有限要素法で I ビーム構造のフレームの固有モードと周波数をシミュレーションした結果を図 8.19 に示す．フレームの柱の太さは 60 mm，I ビームの厚さは上下 7.5 mm，中 15 mm，コーナーキューブ 60x60x60 mm，コーナープレート 150x150x5 mm，材質は I ビームとコーナーキューブが A5052，コーナープレートは SUS304 とした．フレームの全体の重量は約 42 kg である．

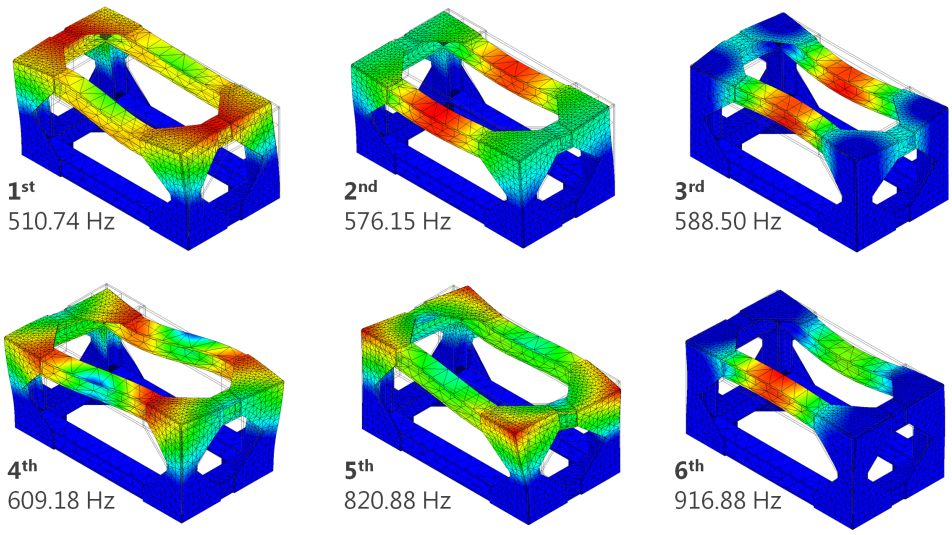


図 8.19: フレームの揺れモードと共振周波数の関係．

OMC の性能に影響しやすいモードは，OMC 定盤が鉛直方向や光軸と垂直な方向，回転する方向に動きが大きいモードである．OMC の横揺れを誘発する 2 次モード，回転を誘発する 4 次モードと 5 次モード，縦揺れを誘発する 6 次モードと 7 次モード等が OMC の性能に影響する可能性がある．これらの固有値解析の結果はフレーム上に乗せるものの重量でも変化するので，再設計時にもう一度計算する必要がある．

8.7 性能評価

本節では西オーストラリア大学の John Winterflood 氏と Ju Li の協力の元で行った KAGRA 用 OMC 防振装置の性能評価実験について記す．

8.7.1 実験装置

今回性能評価に向けて製作した実験系の概略図を図 8.20 に，実際の写真を図 8.21 に示す．この実験は今回設計・製作を行った板バネの性能評価を主目的としているため，そのほかのフレームや光学定盤などは取扱いの用意なダミー品を使用した．フレームには実際の KAGRA 用 OMC フレームと同等のサイズ [*7] のアルミプロファイル [*8] を使用した．OMC 定盤には実際の石英・アルミ定盤と同じ上面サイズで厚さ 20mm の木材を使用し，上に鉛ブロックを置いて重さを調節した．木材の定盤とワイヤ固定部である下ワイヤクランプは，取り外しの容易なボルトとナットで製作したものを使用した．上ワイヤクランプは KAGRA 用のものを使用した．フレームの四隅に加振機を置き，加振機に電圧をかけることで特定の周波数でフレームに振動を与える．フレームは床の上ではなく，スポンジの上に木材の板を乗せ，その上置くことで加振機による揺れが抑制されないようにしている．それぞれの板バネにかかる荷重が等しくなるように，定盤の中心にバブルゲージを設置し，常に定盤が水平であることを確認した．定盤の中心とフレームの上面にジオフォンを設置し，スペクトラムアナライザで 2 つのジオフォンで検出した信号の比を測定することで 3 本吊りの懸架系の伝達関数を計算する．

定盤の底面には厚さ 2 mm の銅板を貼り付け，フレームにはマグネットを設置して 8.4.1 項のエディカレントダンピングを実現する．さらに，3 枚の板バネには 8.4.2 項の機械共振ダンパを設置し，機械共振による高次の揺れを抑制する．これら 2 つのダンピング機構は設置する場合と無い場合を測定し，その性能を確認する．

今回作成した防振装置は板バネの縦横カップリングをゼロにすることが大きなコンセプトとなっているため，板バネの動作点の調整が重要である．板バネのセッティングの際に，当初一つの板バネにつき 4.3 kg の荷重で設計値の動作点まで板バネが湾曲する計算だったが，実際には 5 kg の荷重をかけないと動作点まで下がらなかった．この原因として，時効処理やメッキ処理によって機械特性が変化したものと考えられる．KAGRA の他のサブシステムの防振装置でも，マレージング鋼の板バネの共振周波数が設計値よりも高いという例が報告されており，式 (8.15) から共振周波数は板バネの湾曲半径に反比例するのでこの現象も言い換えればマレージング鋼が設計値より曲がらなかったということになる．ここでは板バネの動作点を設計値に合わせることを重視し重りを 4.3 kg から 5 kg に増やした．この影響として安全率が低下する可能性があるが，式 (8.15) より応力も湾曲半径に反比例するため，影響としては時効処理とメッキ処理によるヤング率の誤差分しか影響しないことになる．設計値では安全率は 3 としたため，運用には問題ないと考えられる．

[*7] 柱の太さ 60mm

[*8] アルミプロファイルは軽量で剛性も高く，製品化されており安価でフレームとして素晴らしい製品であるが，アルマイト処理済みの押しだし材であるために表面積が大きく，真空に適さない．無念．

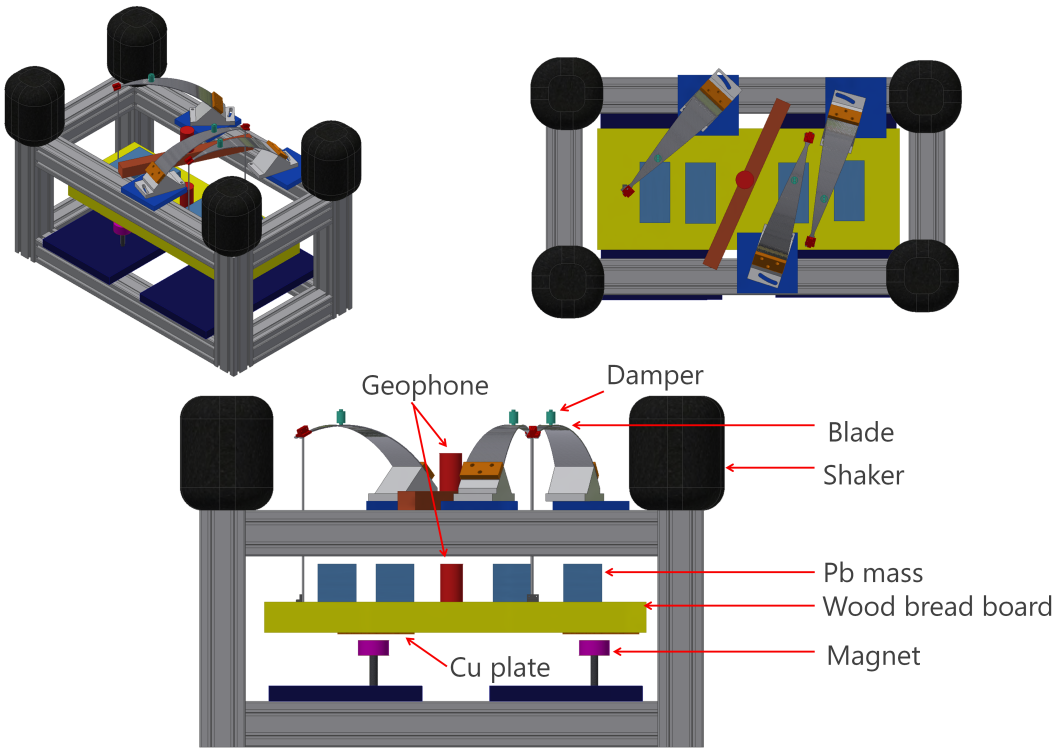


図 8.20: 板バネの防振性能を測定した際の実験系．フレームの上に板バネを固定し，ダミーの OMC 定盤を懸架する．フレーム上定盤の中心の真上と定盤の中心にジオフォンが固定されている．フレームの 4 ツ角には加振機が設置され，加振機に電流を流してジオフォンの結果を観測することで伝達関数を測定する．

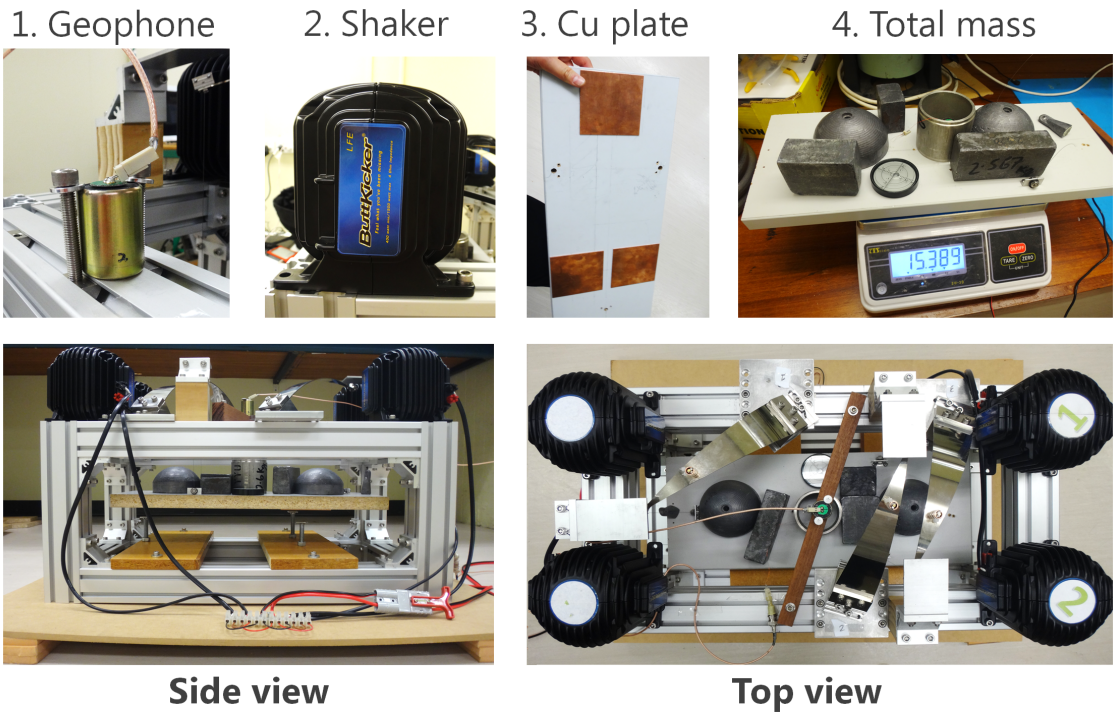


図 8.21: 実験装置の実際の写真．

8.7.2 実験結果

伝達関数の測定結果を図 8.22 に示す.

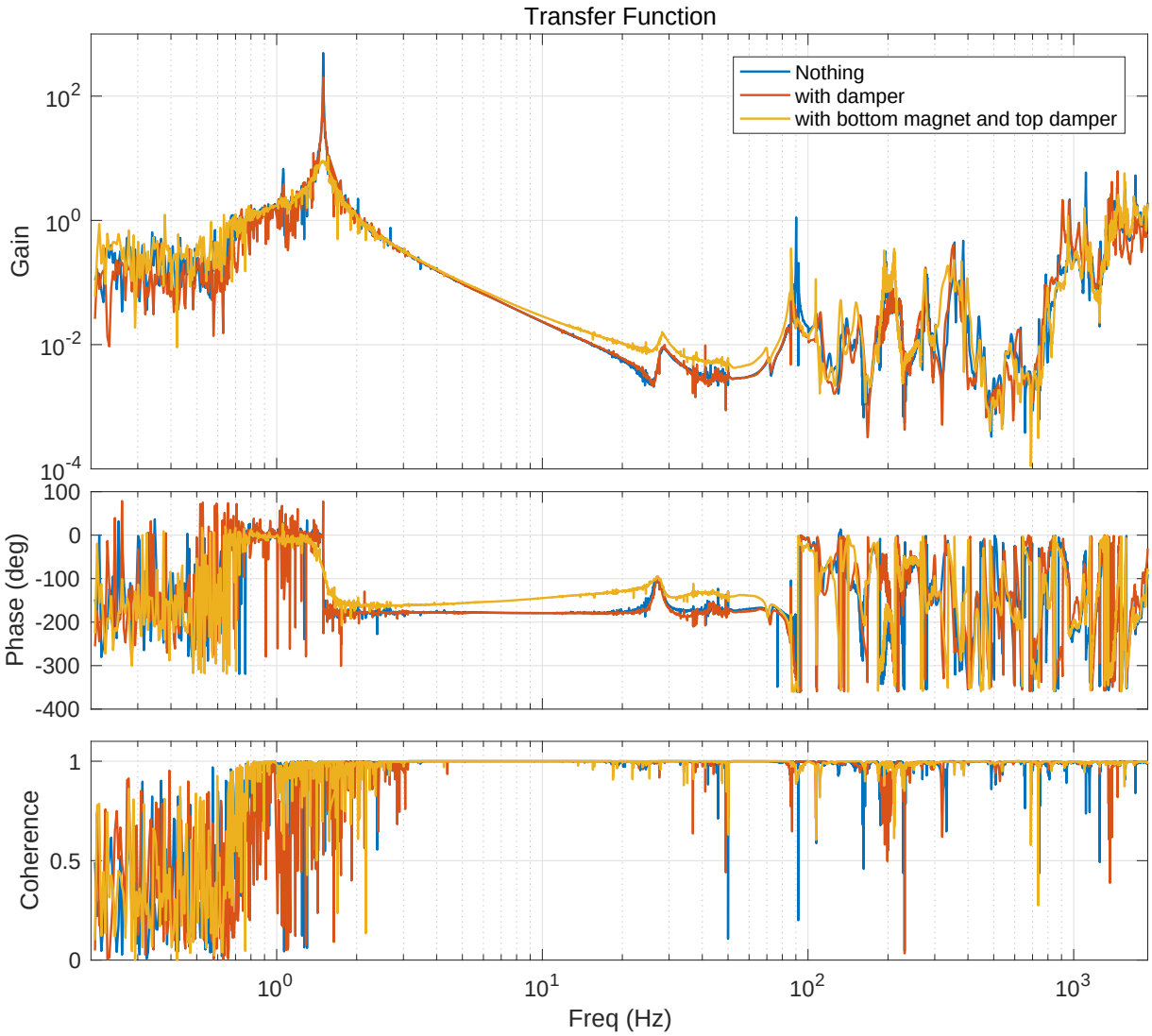


図 8.22: 懸架系の性能評価実験，伝達関数測定結果．(上) ゲイン．(中) 位相．(下) コヒーレンス．

1 Hz 以下でコヒーレンスが低下しているが，これは使用したジオフォンの観測帯域が 1 Hz までであることが原因である．共振周波数はダンピングの有無にかかわらず設計値の 2.23 Hz よりも低くなり，1.5 Hz となった．この原因として，時効処理とメッキ処理により機械特性が理論値と異なったため板バネが想定より曲がらず，重りを増やしたことが挙げられる．板バネの動作点と変形が設計通りの場合は共振周波数も設計通りになるが，共振周波数が下がったことから板バネの変形が円弧状から微小にずれていた可能性が考えられる．一方で，当初満たせないと計算されていた 20 Hz で 1/100 倍の防振比の要求値を満たせる値となった．エディカレントダンピング用の定盤底のマグネットを設置していない結果である赤と青のプロットでは 20 Hz での防振比は 5.4×10^{-3} となり，設計値の 10^{-2} を満たす．エディカレントダンピングを追加した黄色のプロットでは共振でのゲインを少なくとも 55 倍下げることに成功した．ダンピングの影響で高周波でのゲインは上がっているが，20 Hz での防振比は 1.0×10^{-2} となり，こちらも要求値を満たすことが分かった．なお，エディカレントダンピングの強さはフレームに設置するマグネットと定盤の裏に設置する導体の間隔で容易に調整できる．以上より，防振要求値を満たす板バネであると判断できる．機械共振による揺れが確認できる 85 Hz 付近を拡大したものを図 8.23 に示す.

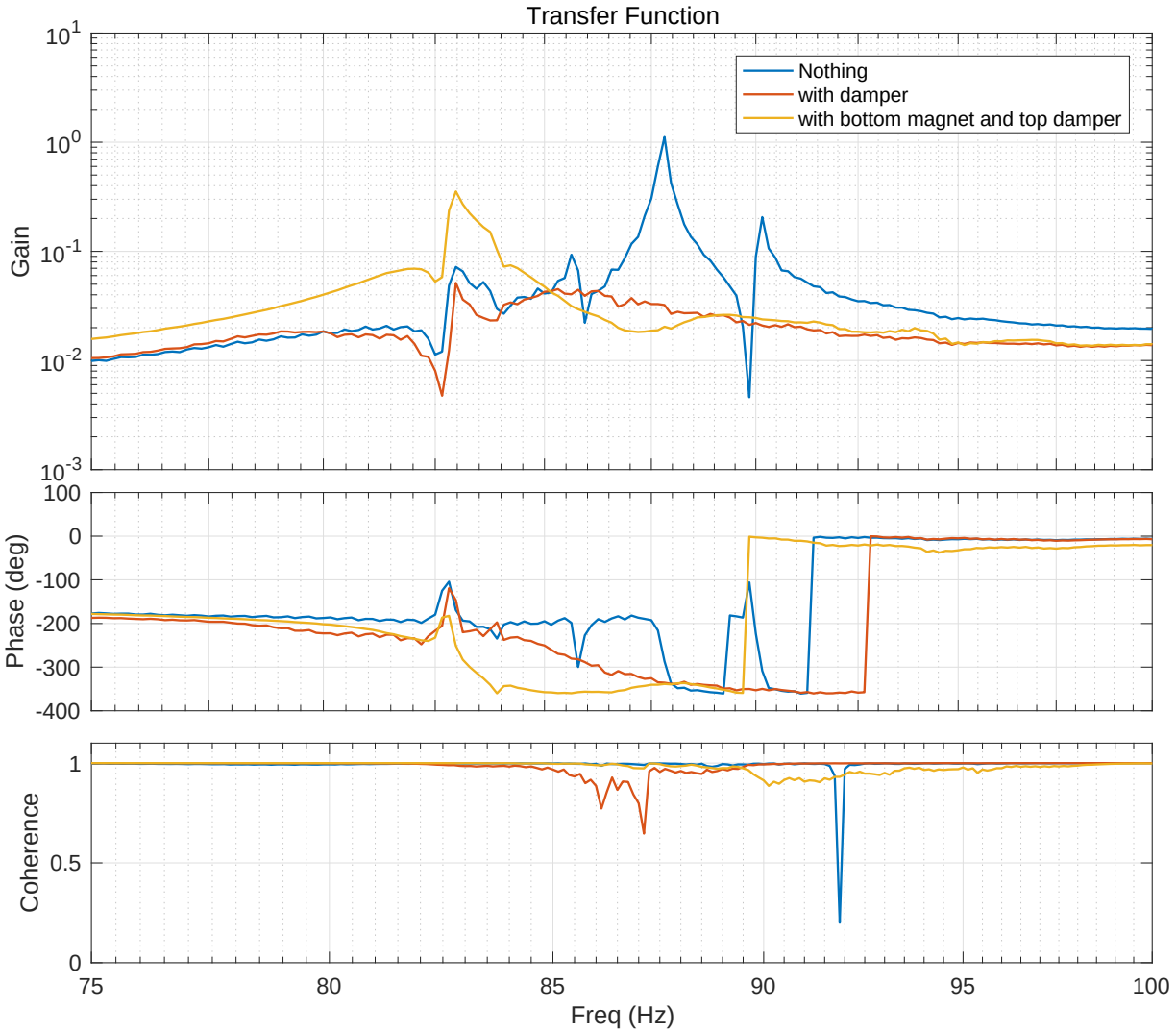


図 8.23: 85 Hz 付近の機械共振を拡大した図.

次に，100 Hz 以下のそれぞれの共振について考察する．低周波側から，1.5 Hz, 28.5 Hz, 86 Hz, 88.5 Hz, 90.25 Hz, 92,125 Hz の共振が確認できる．それぞれの共振周波数の Sin 波を加振機に加え，金属棒などを軽く当てて共振している場所を特定した．

1.5 Hz の共振ピーク

板バネの基本振動の共振周波数．エディカレントダンピングによりピークの減衰に成功した．

28.5 Hz の共振ピーク

この小さなピークの共振はエディカレントダンピングの効果が無く，機械共振ダンピングによる周波数シフトが無いことから，板バネとは関係ないピークと考えられる．事前のシミュレーションでもこの周波数帯域に機械共振はない．ピークが太く低いことから，木材を使用したフレームのパーツを調べ，フレームの上部に設置したジオフォンの台として使用していた木製の角材の共振であることが分かった．この木材は伝達関数測定のために設置したもので KAGRA で運用する際には使用しない．

86 Hz のピーク

このピークも 28.5Hz のピークと同じく，エディカレントダンピングの効果が無く，機械共振ダンピングによる周波数シフトが無いことから，板バネとは関係ないピークと考えられる．Sin 波を加振機に印加する実験から，フレームの最も長い柱が僅かに振動していることが分かった．一方で，アルミプロファイルの共振周波数は 100 Hz よりも十分に高く，フレーム自体の共振ではないと考

えられる．したがって，フレームに取り付けた板バネ以外の加振機や木製ブレードストッパなどパーツの影響である可能性が高い．

88.5 Hz, 90.25 Hz, 92.125 Hz のピーク群

この 3 本のピークは機械共振ダンピングを搭載していない青のプロットでのみ確認できることと，加振機でこの周波数の Sin 波を印加する実験から 3 本の板バネの 1 次機械共振と特定された．3 つのピークがあったのは，OMC 定盤を懸架している 3 本の板バネのそれぞれの固有振動数であった．3 本の板バネの固有振動数が異なった理由は，それぞれの金属やメッキの状態や，板バネにかかる荷重が僅かに異なったことが原因と考えられる．固有値解析で求められていた 1 次機械共振の周波数は 96.365 Hz であったが，測定では 90 Hz 周辺と低周波側にシフトして観測された．これはシミュレーションでは板バネの質量は板バネ本体だけだったのに対し，実験時はワイヤクランプが先端に取り付けられていたことが原因である．このピークは機械共振ダンパでのダンピングに成功した．

以上より，実際に KAGRA で使用する際に発生する 100 Hz 以下のピークは板バネの基本共振と 1 次の機械共振であることが分かった．基本共振はエディカレントダンピングで 55 倍ピークを減衰させることに成功した．機械共振ピークについてもエディカレントダンプンぐを応用した機械共振ダンパで減衰させることに成功した．

第9章　結論

重力波天文学の創成にはアジア圏にある日本の重力波検出器 KAGRA の参加が必要不可欠である．KAGRA では中性子星連星からの重力波を観測レンジ 153MPc で観測するために，地面振動の小さい地下に干渉計を作り，鏡を冷却し熱雑音を低下させる．さらに検出器の感度を高めるために量子雑音を低下させる Back-Action Evasion を行う．BAE を達成するには，干渉計のキャリア光をローカルオシレータとして使う DC readout で信号検出を行う必要がある．DC readout では干渉計の出力光に含まれる RF サイドバンドや高次モード光がノイズとなるため取り除く必要があり，この役割を担う装置が出力モードクリーナ (OMC) である．OMC は 4 枚の鏡から成る光共振器で，その構成は [23] によって決定されが，一部の設計に変更があった．本研究では，OMC を安定して運用するための (1) 共振器長制御方法の確立，実際に KAGRA で使用する OMC を作成し性能の確認を行った (2) セミモノリシック共振器実験，そして精密な制御を要する OMC に必要不可欠である (3) 防振装置の開発 を行った．

(1) プロトタイプ制御実験

これまで試されていた PDH 法での共振器長制御が干渉計の状態によっては出来ない場合があると発覚し，干渉計の状態にかかわらず共振器長制御ができる Dither 法を試みた．実験では東工大のプロトタイプ OMC で共振器長の制御に成功した．ユニティゲイン周波数は 500 Hz，位相余裕は 40 度となり，KAGRA での運用にも十分な安定性があると言える．一方で，プロトタイプ実験は大気中で行われたため低周波のノイズが非常に多く，真空中で改めて実験して制御の安定性の確認や Dither 信号の周波数の調整が必要である．

(2) セミモノリシック共振器実験

KAGRA で使用する初期版アルミニウム定盤 OMC の製作を行った．OMC の共振器と入射鏡のアセンブリに成功し，性能評価を行った．共振器の高次モードを取り除く性能を決定する片道 Gouy 位相の設計値は 55.4 度で，実測値は 56.21 度となった．この差による OMC の低下はあるが，要求値を十分満たせることが分かった．Gouy 位相の設計値と実測値の差は主に共振器内の曲率 1.8 m 鏡の曲率誤差に起因すると考えられる．片道 Gouy 位相の実測値から見積もられる共振器鏡の曲率は 1.76 m となった．

(3) 防振装置の開発

地面振動による OMC の性能低下を防ぐため，20 Hz で 1/100 倍の縦防振が必要である．本研究では，この要求値を満たし，縦横カップリングがゼロになる板バネを設計・製作した．西オーストラリア大学の協力の元行われた性能評価実験では，KAGRA で使用する OMC 定盤と同じ大きさ・重さのダミーマスと，同じ大きさのフレームを使用し，加振機で振動を加えて防振装置の伝達関数測定を行った．防振装置の共振周波数は 1.5 Hz で，エディカレントダンピング機構を追加して共振ピークを減衰させた場合も要求値の 20 Hz で 1/100 倍の防振比を実現できた．また，板バネを使用した防振装置で問題となる機械共振のピークを抑える機械共振ダンパの作製も行い，機械共振のピークを抑えることに成功した．

第10章　KAGRAへのインストールへ向けた課題

10.1　信号の選択

OMC共振器長制御では，干渉計からの出力光から重力波信号を含む基本モードを判別しその基本モードに共振器長を合わせなければならない．実際には，干渉計の出力には様々なモードが含まれており，最も光量の多いモードが腕共振器の基本モードであるとも限らない．したがって，OMCの共振器長を間違ったモードにロックしてしまう可能性がある．この場合，重力波を含む基本モードはOMCで反射されてしまい，重力波を検出できなくなる．この問題を解決する方法として，干渉計のエンド鏡をBeacon信号と呼ばれる一定の周波数で揺らし，OMC前でその周波数で復調し腕共振器の基本モードを判別する方法がある．

10.2　姿勢制御

OMC定盤上のQPDで干渉計とOMCの相対位置を検出し正確な位置に制御する姿勢制御にも，共振器長と同様に信号の選択で問題が起こる．特に，干渉計の出力のような高次モードを含んだ光を使ってQPDで相対位置を検出する場合，基本モード光と異なる信号となる可能性がある．基本モード光の強度は中心が最も高いガウス分布であるため，QPD上を移動したときに線型信号を得られるが，複雑な形状の光だと線型信号を得られない可能性がある．この問題は高次モード光を含んだ光を使ったエラー信号のシミュレーションによる確認が必要である．

10.3　防振装置のアップデート

本研究でKAGRA用OMCの板バネとその周辺装置の開発を行ったが，防振装置としては使用するにはいくつかのアップデートが必要である．ここにはその一例を挙げる．

アースクエックストップ
: アースクエックストップはフレームに取り付けるパーツで，OMCを運用しない場合やフレームに取り付けて持ち運ぶ場合にフレームとOMC定盤を固定するものである．アルミ定盤の側面にはアースクエックストップ用のネジ穴が付けられているので，これを利用する．

コイルアクチュエータ
: コイルアクチュエータはOMC定盤の角度を調整したり，揺らす場合に使用する装置である．現在のOMC防振装置は板バネや振り子などのパッシブ制御しか備わっていないため，入射光の調整はOMCと干渉計の間にあるアライメントミラーで調節する．この時，アライメントミラーのレンジを超えてしまうような場合にOMCの防振装置にコイルアクチュエータが取り付けられていると大変便利である．OMCの定盤自体を動かせるため，自由度が増えインテグレーションが進みやすくなる．また，インテグレーション時に散乱光の発生原因を特定するために，すべてのコンポーネントにアクチュエータを取り付けて揺らせるような状況にしておくことが望ましい．

トランスポートフィクスチャ
: トランスポートフィクスチャはOMC定盤に鏡を接着した後に保管や運搬する際に使用する専用

ケースである．OMC 定盤は真空で使用する精密実験装置なので，安全かつクリーンに保つ必要がある．例えば東京から神岡の KAGRA サイトまで運搬するときなど，鏡部分には何も触れず，定盤部分を固定して安全に運搬することができる入れ物が必要となる．初期版のアルミ定盤 OMC では，定盤と鏡がボルト固定なので取り外すことができるため，アセンブリし直す手間を惜しまないのならばトランスポートフィクスチャは不要となる．

フレーム

フレームはこれまでに提示したアップデートと板バネをを取り付けられるような構造にする必要がある．そのほかに必要な部品として，板バネのストッパ，板バネインストール用の治具，フレームと板バネ固定部の接続パーツ，エディカレントダンパの固定具などがあり，これらが搭載できるフレームが必要となる．

フレームのダンパ

フレームの共振が OMC の性能の問題となる場合がある．フレームの共振もダンピングでき，この場合はフレームの共振周波数と同じ共振周波数のバネなどを取り付け，共振のエネルギを逃がす構造が一般的である．

付 録A　KAGRA用OMCのパラメータリスト

共振器	item	RoC	Beam Raidus
	OMC1	flat	444 um
	OMC2	flat	444 um(X)/447 um(Y)
	OMC3	1.80 m	604 um
	OMC4	1.80 m	604 um
	Space	Distance	AOI
	OMC1-OMC2	0.357 m	3.00 deg
	OMC2-OMC3	0.359 m	3.00 deg
	OMC3-OMC4	0.357 m	3.00 deg
	OMC4-OMC1	0.359 m	3.00 deg
	片道共振器長	716 mm	
	片道 Gouy 位相	設計値: 55.4 deg, 実測値: 56.21 deg	
	finesse	780	
	参照光	1 mW	
板バネ	懸架荷重	5 kg	
	材質	MAS-1	
	降伏応力	1.9 Gpa	
	ヤング率	182 Gpa	
	全長	220 mm	
	幅	52.7 mm	
	厚さ	1.3 mm	
	初期角度	45 deg	
	湾曲半径	190 mm	
	共振周波数	実測値: 1.5 Hz	
初期定盤	サイズ	200x500x40 mm	
	材質	A5052	
	重量	10.8 kg	
最終版定盤	サイズ	200x500x50 mm	
	材質	石英	
	重量	11 kg	
フレーム	330x660x310		
ワイヤ	長さ	200 mm	
	径	300 um	
	材質	ピアノ線	
防振性能	縦防振比 1/100@20 Hz		

付 録B　プログラムソースコード

B.1　円弧板バネデザイン用 Mathematica コード

使用目的：円弧型板バネのデザイン決定
作成時期：2017 年 6 月
動作環境：Windows7

```
DynamicModule[{m = 13, n = 3, li = 220, thi = 1.3, T = 45, Rbi = 190,
  Eyi = 182, Y = 1.9},
 Panel[Row[{Column[{Panel[
       Column[{Style["Arc-Blade-Sus Code", 18],
         Style["V06212000", Red, 10],
         Grid[{{"Total mass:",
            InputField[Dynamic[m], Number, FieldSize -> 5],
            "kg"}, {"Number of blade:",
            InputField[Dynamic[n], Number, FieldSize -> 5],
            " "}, {"Length of blade:",
            InputField[Dynamic[li], Number, FieldSize -> 5],
            "mm"}, {"Thickness of blade:",
            InputField[Dynamic[thi], Number, FieldSize -> 5],
            "mm"}, {"Initial angle:",
            InputField[Dynamic[T], Number, FieldSize -> 5],
            "deg"}, {"Radius of blade:",
            InputField[Dynamic[Rbi], Number, FieldSize -> 5], "mm"},
           {"Yield stress:",
            InputField[Dynamic[Y], Number, FieldSize -> 5],
            "GPa"}, {"Young's Modulus:",
            InputField[Dynamic[Eyi], Number, FieldSize -> 5],
            "GPa"}}]}, Alignment -> Center]],
      Grid[{{"Workig stress",
         Dynamic[N[l = li/10^3; Rb = Rbi/10^3; th = thi/10^3;
           Ey = Eyi 10^9;
           mbs = m/n; \[Theta]s = \[Pi]/2 - (T \[Pi])/180; \[Theta] =
            l/Rb; \[Theta]f = (T \[Pi])/180; Rbp = 1.1*Rb;
           Rbm = 0.9*Rb; \[Theta]m = (Rb \[Theta])/Rbm; \[Theta]p = (
            Rb \[Theta])/Rbp; S = (Ey th)/(2 Rb); S/10^6, 4]],
         "MPa"}, {"Width of spring",
         Dynamic[N[((6 9.8 mbs *Rb) Sin[l/Rb])/(S th^2)*10^3, 4]],
         "mm"}, {"Resonant freq",
         Dynamic[N[Sqrt[9.8/(
           Rb (\[Theta]f Sin[\[Theta]f] + Cos[\[Theta]f] - 1))]/(
           2 \[Pi]), 3]], "Hz"}, {"Safty raito",
         Dynamic[N[(Y*10^9)/S, 4]], " "},
        {"Horizontal motion",
         Dynamic[N[((Rbp Cos[\[Theta]p + \[Theta]s] - (Rb \
Cos[\[Theta]s] - Rbm Cos[\[Theta]s]) -
                Rb Cos[\[Theta]s]) - (Rbm Cos[\[Theta]m + \[Theta]s] \
- (Rb Cos[\[Theta]s] - Rbp Cos[\[Theta]s]) - Rb Cos[\[Theta]s])) 10^3,
           4]], "mm"}}]}, Alignment -> Center],
    Dynamic[shape[x_, mbs_] := ((6 9.8 mbs *Rb) Sin[x/Rb])/(
      2 (S th^2));
     Show[Plot[shape[x, mbs], {x, 0, l}],
```

```
      Plot[-shape[x, mbs], {x, 0, 1}], PlotRange -> {-(1/2), 1/2},
      ImageSize -> {300, 300}, AspectRatio -> Full,
      GridLines -> Automatic, Frame -> True]],
    Dynamic[P1 =
      ParametricPlot[{-(Rb Cos[x] - Rb Cos[\[Theta]s]),
        Rb Sin[x] -
         Rb Sin[\[Theta]s]}, {x, \[Theta]s, \[Theta]s + \[Theta]},
       PlotRange -> {{0, 1}, {-1/5, 4*1/5}}, ImageSize -> {300, 300},
       PlotStyle -> {Red, Thickness[0.007]}, GridLines -> Automatic,
       Frame -> True];
     P2 = ParametricPlot[{-(Rbp Cos[x] - (Rb Cos[\[Theta]s] -
            Rbm Cos[\[Theta]s]) - Rb Cos[\[Theta]s]),
        Rbp Sin[x] - (Rb Sin[\[Theta]s] - Rbm Sin[\[Theta]s]) -
         Rb Sin[\[Theta]s]}, {x, \[Theta]s, \[Theta]s + \[Theta]p},
       PlotStyle -> {Thickness[0.007]}];
     P3 = ParametricPlot[{-(Rbm Cos[x] - (Rb Cos[\[Theta]s] -
            Rbp Cos[\[Theta]s]) - Rb Cos[\[Theta]s]),
        Rbm Sin[x] - (Rb Sin[\[Theta]s] - Rbp Sin[\[Theta]s]) -
         Rb Sin[\[Theta]s]}, {x, \[Theta]s, \[Theta]s + \[Theta]m},
       PlotStyle -> {Thickness[0.007]}]; Show[P1, P2, P3]]}]]]
```

B.2 Dither 制御シミュレーション用 Finesse コード

使用目的：Dither 制御のエラー信号の確認
作成時期：2017 年 10 月
動作環境：Windows7,Windows8/Finesse2.2/Gnuplot5.2

```
l i1 5 0 n0
maxtem 20
gauss* input i1 n0 -7.50 57.75

s seom 0.2 n0 neom
mod eo1 40k 0.3 1 pm neom n1
s somc 0.5 n1 n13

bs omc1 0.98 0.02 0 17.1 n13 n14 n15 n22
s somc1 0.215 n15 n16
bs omc2 0.98 0.02 0 17.1 n16 n17 n23 dump
s somc2 0.225 n17 n18
bs omc3 1 0 0 17.1 n18 n19 dump dump
dither omc3 5k 1n 1 0   #10n is too much
s somc3 0.215 n19 n20
bs omc4 1 0 0 17.1 n20 n21 dump dump
s somc4 0.225 n21 n22

attr omc1 Rc 0
attr omc2 Rc 0
attr omc3 Rc 0
attr omc4 Rc 2

cav omccav omc1 n15 omc1 n22

#fsig dither2 omc3 amp 5k 0 10
#fsig dither1 omc3 phase 5k 0 10

s sout 0.1 n23 ntrans
s spdh 0.1 n14 npd

frequency
```

```
## OMC Error Signal ##
#/*
pd trans ntrans
pd ref npd
pd1 dit_tra 5k 0 ntrans
pd1 dit_ref 5k 0 npd
pd1 quadrature 40k -90 ntrans
pd1 quadrature 40k 90 ntrans

%pd1 dit2 1k 90 npd
xaxis omc3 phi lin -200 200 10000
#*/
trace 8
yaxis lin abs
```

B.3 片道 Gouy 位相計算用 Matlab コード

使用目的：OMC 共振器のピエゾに三角波を印加し，透過光の時間変化を測定した結果から Gouy 位相を計算するコード

作成時期：2018 年 1 月

動作環境：Windows7,Windows8/Matlab R2016a,R2016b

コマンドを使用して自動でピークを検出する．ピークのスレッショルドを指定することで基本モードと 1 次モードを見分けることができる．

```
%-------file
filename='OMC0112_5.csv';
alldatastart=35; % 読み始め行目X

%-------param
f_mode0=3; % 最初の有効基本モード左から(番目X)
n_mode0=10; % 有効基本モード数

%-------all data
alldata = csvread(filename,alldatastart,0);
alldata(:,1)=alldata(:,1)*1000;  % unit is msec
[pk0,loc0] = findpeaks(alldata(:,2),'MinPeakHeight',1);
[pk1,loc1] = findpeaks(alldata(:,2),'MinPeakHeight',.25);
%m=find(pk1(:)>1); pk1(m)=1; loc1(m)=1;
figure('position',[0 0 1800 300])
plot(alldata(:,1),alldata(:,2),alldata(loc1,1),pk1,'vb',alldata(loc0,1),pk0,'vr');
%plot(alldata(:,1),alldata(:,2));
title('Please check that the position of V is correct.
If not, change findpeaks and find commands.')
hold on

%-------def using data
%-1
L1s=[alldata(loc0(f_mode0)),pk0(f_mode0)];
L1e=[alldata(loc0(f_mode0+n_mode0-1)),pk0(f_mode0+n_mode0-1)];
%-2
R1s=[alldata(loc0(f_mode0+n_mode0)),pk0(f_mode0+n_mode0)];
R1e=[alldata(loc0(f_mode0+2*n_mode0-1)),pk0(f_mode0+2*n_mode0-1)];
%-3
L2s=[alldata(loc0(f_mode0+2*n_mode0)),pk0(f_mode0+2*n_mode0)];
L2e=[alldata(loc0(f_mode0+3*n_mode0-1)),pk0(f_mode0+3*n_mode0-1)];
%-4
R2s=[alldata(loc0(f_mode0+3*n_mode0)),pk0(f_mode0+3*n_mode0)];
R2e=[alldata(loc0(f_mode0+4*n_mode0-1)),pk0(f_mode0+4*n_mode0-1)];
```

```
plot(L1s(1),L1s(2),'^m',L1e(1),L1e(2),'^g',R1s(1),R1s(2),'^m',
L2s(1),L2s(2),'^m',R2s(1),R2s(2),'^m')
plot(R1e(1),R1e(2),'^g',L2e(1),L2e(2),'^g',R2e(1),R2e(2),'^g')
legend('data','00 modes','1st modes','start of TRIA','end of TRIA')

%-------cal
%--(1)
k(1,1)=find(alldata(loc1(:))==L1s(1));
for v=1:n_mode0-1;
 FSRL1(v,1)=loc1(k(1,1)+2*v,1)-loc1(k(1,1)+2*v-2,1);
 TMSL1(v,1)=loc1(k(1,1)+2*v,1)-loc1(k(1,1)+2*v-1,1);
 h_gouy1(v,1)=180*TMSL1(v,1)/FSRL1(v,1);
end
h_gouy1
allgouy(1)=mean(h_gouy1)

%--(2)
k(2,1)=find(alldata(loc1(:))==R1s(1));
for v=1:n_mode0-1;
 FSRR1(v,1)=loc1(k(2,1)+2*v,1)-loc1(k(2,1)+2*v-2,1);
 TMSR1(v,1)=loc1(k(2,1)+2*v-1,1)-loc1(k(2,1)+2*v-2,1);
 h_gouy2(v,1)=180*TMSR1(v,1)/FSRR1(v,1);
end
h_gouy2
allgouy(2)=mean(h_gouy2);

%--(3)
k(3,1)=find(alldata(loc1(:))==L2s(1));
for v=1:n_mode0-1;
 FSRL2(v,1)=loc1(k(3,1)+2*v,1)-loc1(k(3,1)+2*v-2,1);
 TMSL2(v,1)=loc1(k(3,1)+2*v,1)-loc1(k(3,1)+2*v-1,1);
 h_gouy3(v,1)=180*TMSL2(v,1)/FSRL2(v,1);
end
h_gouy3
allgouy(3)=mean(h_gouy3);

%--(4)
k(4,1)=find(alldata(loc1(:))==R2s(1));
for v=1:n_mode0-1;
 FSRR2(v,1)=loc1(k(4,1)+2*v,1)-loc1(k(4,1)+2*v-2,1);
 TMSR2(v,1)=loc1(k(4,1)+2*v-1,1)-loc1(k(4,1)+2*v-2,1);
 h_gouy4(v,1)=180*TMSR2(v,1)/FSRR2(v,1);
end
h_gouy4
allgouy(4)=mean(h_gouy4)

ave=mean(allgouy)
```

gouycal_main.m

```
%-------all data最初が左ならこっち
%

clear h_gouy FSR TMS

alldata = csvread(filename,alldatastart,0);
alldata=round(alldata,8);
alldata(:,1)=alldata(:,1)*1000;  % unit is msec

figure('position',[0 0 1450 300])
ax = gca;
outerpos = ax.OuterPosition;
ti = ax.TightInset;
```

```
left = outerpos(1) + 2*ti(1);
bottom = outerpos(2) + 2*ti(2);
ax_width = outerpos(3) - 2*ti(1) - ti(3);
ax_height = outerpos(4) - ti(2) - 5*ti(4);
ax.Position = [left bottom ax_width ax_height];
% subplot(1,4,[1,2,3]);
yyaxis left
[tri,loctri] = findpeaks(alldata(:,3),'MinPeakDistance',3000);
ue=alldata(loctri(2))+(alldata(loctri(3))-alldata(loctri(2)))/2;
shita=alldata(loctri(3))+(alldata(loctri(6))-alldata(loctri(3)))/2;

aida=shita-ue;

PZT=[ue-2*aida,130;ue-aida,10;ue,130;ue+aida,10;ue+2*aida,
130;ue+3*aida,10;ue+4*aida,130];

plot(PZT(:,1),PZT(:,2))
xlabel('Time (msec)')
ylabel('Voltage (V)')
hold on

yyaxis right

[pk0,loc0] = findpeaks(alldata(:,2),'MinPeakHeight',peak_0,'MinPeakDistance',50);
[pk1,loc1] = findpeaks(alldata(:,2),'MinPeakHeight',peak_1,'MinPeakDistance',50);

plot(alldata(:,1),alldata(:,2),alldata(loc1,1),pk1,'vb',alldata(loc0,1),pk0,'vr');
%title('Please check that the position of V is correct.
If not, change findpeaks and find commands.')
title(filename,'interpreter','none')
p=numel(alldata(:,1));
xlim([alldata(1,1)-1,alldata(p,1)+1])

%-------def using data
%-1
L1s=[alldata(loc0(f_mode0)),pk0(f_mode0)];
L1e=[alldata(loc0(f_mode0+n_mode0-1)),pk0(f_mode0+n_mode0-1)];
%-2
R1s=[alldata(loc0(f_mode0+n_mode0)),pk0(f_mode0+n_mode0)];
R1e=[alldata(loc0(f_mode0+2*n_mode0-1)),pk0(f_mode0+2*n_mode0-1)];
%-3
L2s=[alldata(loc0(f_mode0+2*n_mode0)),pk0(f_mode0+2*n_mode0)];
L2e=[alldata(loc0(f_mode0+3*n_mode0-1)),pk0(f_mode0+3*n_mode0-1)];
%-4
R2s=[alldata(loc0(f_mode0+3*n_mode0)),pk0(f_mode0+3*n_mode0)];
R2e=[alldata(loc0(f_mode0+4*n_mode0-1)),pk0(f_mode0+4*n_mode0-1)];

plot(L1s(1),L1s(2),'^m',L1e(1),L1e(2),'^g',R1s(1),R1s(2),'^m',
L2s(1),L2s(2),'^m',R2s(1),R2s(2),'^m')
plot(R1e(1),R1e(2),'^g',L2e(1),L2e(2),'^g',R2e(1),R2e(2),'^g')
legend('PZT','data','00 modes','1st modes','start','end','Location','eastoutside')
ylabel('Voltage (V)')

%-------cal
%--(1)
k(1,1)=find(alldata(loc1(:))==L1s(1));
for v=1:n_mode0-1;

  FSR(v,1)=alldata(loc1(k(1,1)+2*v,1),1)-alldata(loc1(k(1,1)+2*v-2,1),1);
 TMS(v,1)=alldata(loc1(k(1,1)+2*v,1),1)-alldata(loc1(k(1,1)+2*v-1,1),1);

 h_gouy(v,1)=180*TMS(v,1)/FSR(v,1);
end
aveallgouy(1)=mean(h_gouy(:,1)); % 上のストロークの1位相の平均gouy
```

```
%--(2)
k(2,1)=find(alldata(loc1(:))==R1s(1));
for v=1:n_mode0-1;
 FSR(v,2)=alldata(loc1(k(2,1)+2*v,1),1)-alldata(loc1(k(2,1)+2*v-2,1),1);
 TMS(v,2)=alldata(loc1(k(2,1)+2*v-1,1),1)-alldata(loc1(k(2,1)+2*v-2,1),1);
 h_gouy(v,2)=180*TMS(v,2)/FSR(v,2);
end
aveallgouy(2)=mean(h_gouy(:,2));

%--(3)
k(3,1)=find(alldata(loc1(:))==L2s(1));
for v=1:n_mode0-1;
  FSR(v,3)=alldata(loc1(k(3,1)+2*v,1),1)-alldata(loc1(k(3,1)+2*v-2,1),1);
 TMS(v,3)=alldata(loc1(k(3,1)+2*v,1),1)-alldata(loc1(k(3,1)+2*v-1,1),1);
 h_gouy(v,3)=180*TMS(v,3)/FSR(v,3);
end
aveallgouy(3)=mean(h_gouy(:,3));

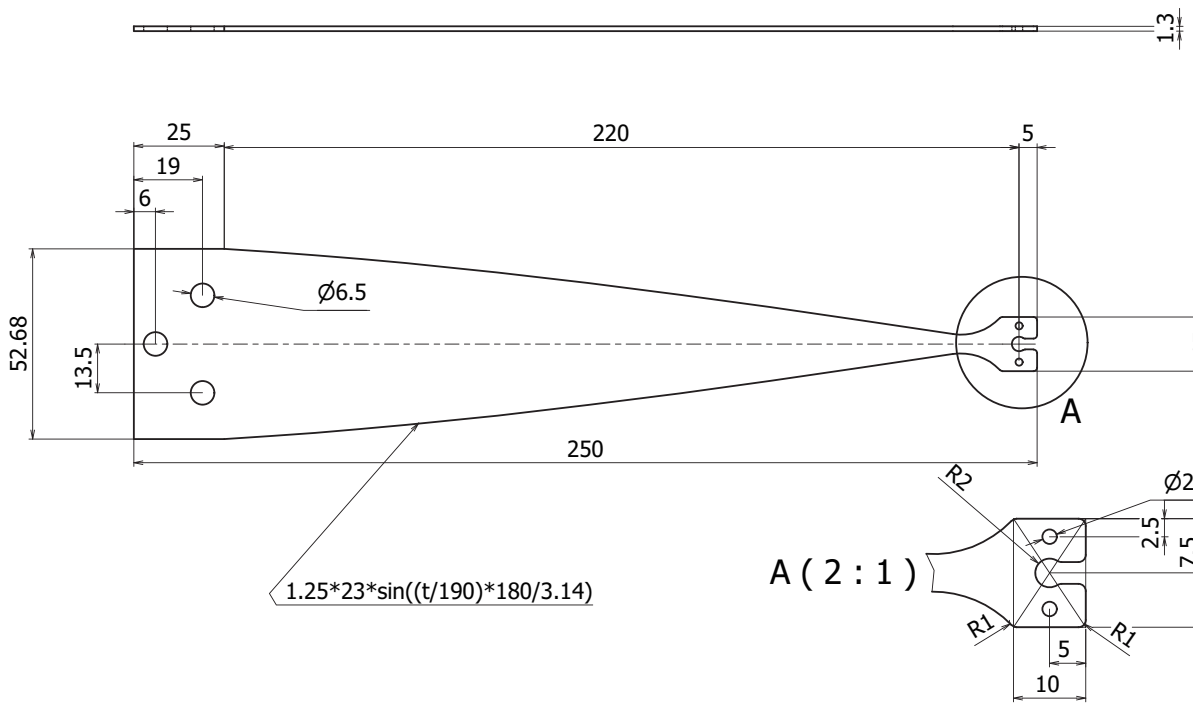
%--(4)
k(4,1)=find(alldata(loc1(:))==R2s(1));
for v=1:n_mode0-1;
    FSR(v,4)=alldata(loc1(k(4,1)+2*v,1),1)-alldata(loc1(k(4,1)+2*v-2,1),1);
 TMS(v,4)=alldata(loc1(k(4,1)+2*v-1,1),1)-alldata(loc1(k(4,1)+2*v-2,1),1);
 h_gouy(v,4)=180*TMS(v,4)/FSR(v,4);
end
aveallgouy(4)=mean(h_gouy(:,4));

all_FSR=FSR
all_TMS=TMS
all_h_gouy=h_gouy 全ての %位相gouy
ave_all_h_gouy=aveallgouy ストロークずつの平均%1
ave_ave_all_h_gouy_x=mean(aveallgouyこのファイルの平均)%
ave_ave_all_h_gouy(j)=mean(aveallgouy格納);%
j=j+1;
```

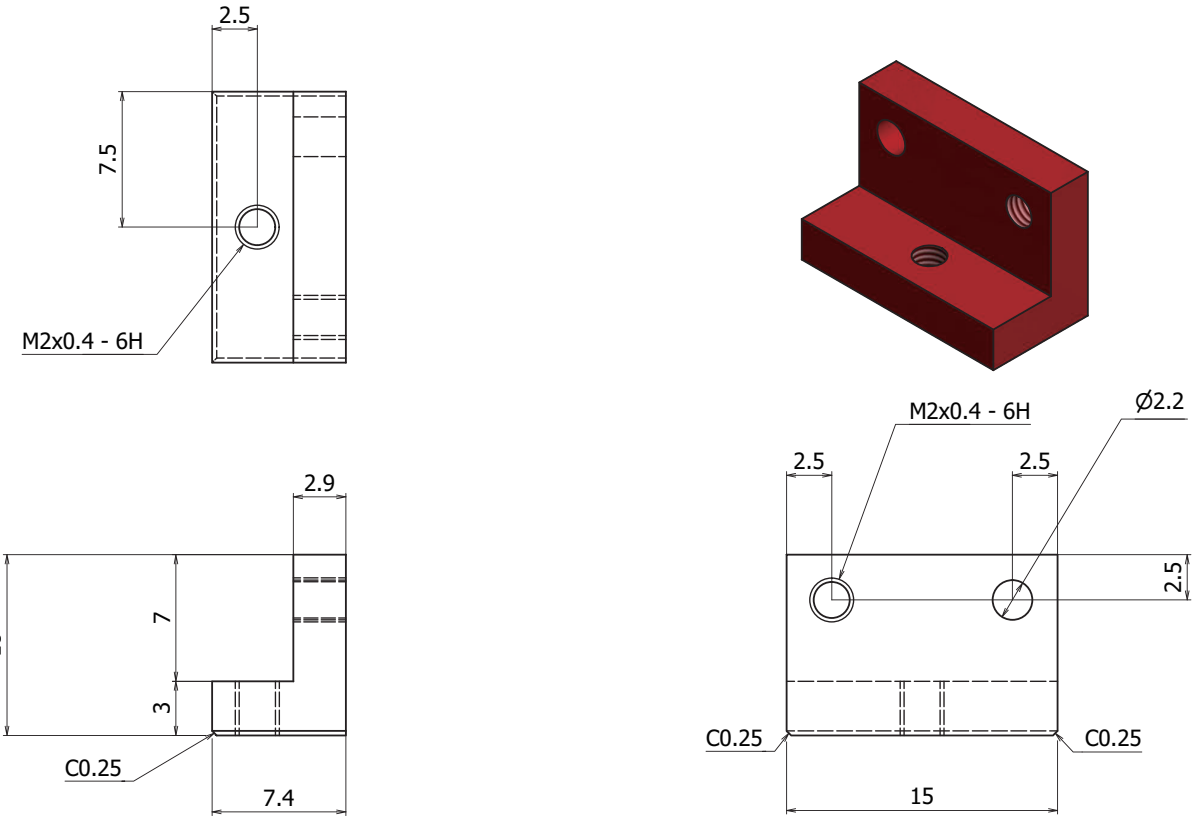
付 録C　図面

KAGRA 用 OMC 防振装置の製作に際して作成した図面を添付する．図面の一覧どドキュメントナンバーを示す：

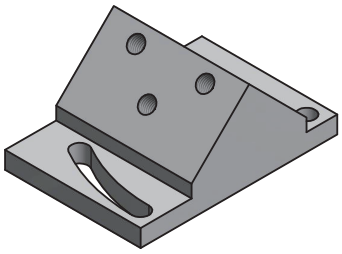
- D1707048: OMCS Blade
- D1807669: OMCS Upper Wire Clamp
- D1707049: OMCS 45deg Stand
- D1707047: OMCS Blade Clamp
- D1707153: OMCS Adjustable Base
- D1707152: OMCS Adjustable Plate
- D1707154: OMCS Bolt Fixing Base
- D1807667: OMCS Lower Wire Clamp
- D1807668: OMCS Lower Wire Mount

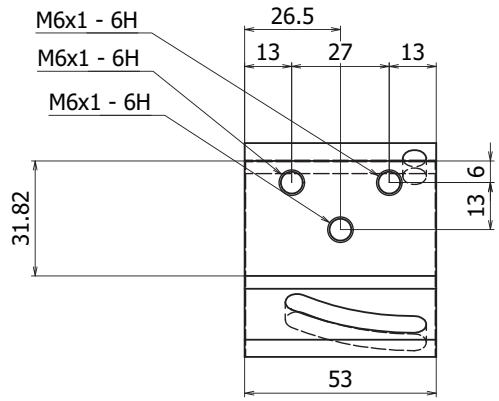


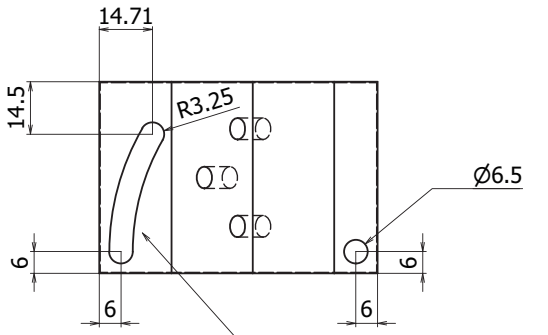
NOTE: t1.3 MAS-1板から1枚につき5枚切り出し 細穴放電加工 放電加工機用データ：omcsus4_wirecut.dxf	PROJECT: KAGRA / SUB-SYSTEM: OMC 東京工業大学 Tokyo Institute of Technology	MATERIAL: MAS-1 MACHINING FINISH: Ra 3.2 FINISH: 熱処理/メッキ	NAME: OMCS Blade		
SOURCE: omcsus4.ipt UNIT: mm QTY: 10 SCL: 1 : 1 A3			DESIGN: Xenon 2017/08/09 DRAFT: J.Kasuya 2017/08/09 CHECK:	JGW.No.: D1707048	REV: 2 (1)



NOTE: バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁 平面度0.1mm以下 洗浄方法　真空部品対応	PROJECT: KAGRA / SUB-SYSTEM: OMC 東京工業大学 Tokyo Institute of Technology	MATERIAL: SUS304 MACHINING FINISH: Ra 1.6 FINISH: 洗浄	NAME: OMCS Upper Wire Clamp		
SOURCE: upper_wire_clamp_both.ipt UNIT: mm QTY: 20 SCL: 5 : 1 A3			DESIGN: Xenon 2018/01/17 DRAFT: J.Kasuya 2018/01/17 CHECK:	JGW.No.: D1807669	REV: 1 (1)

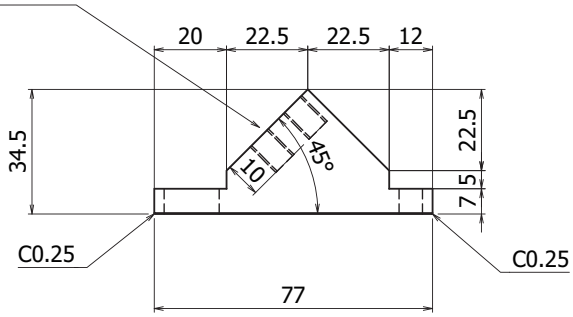






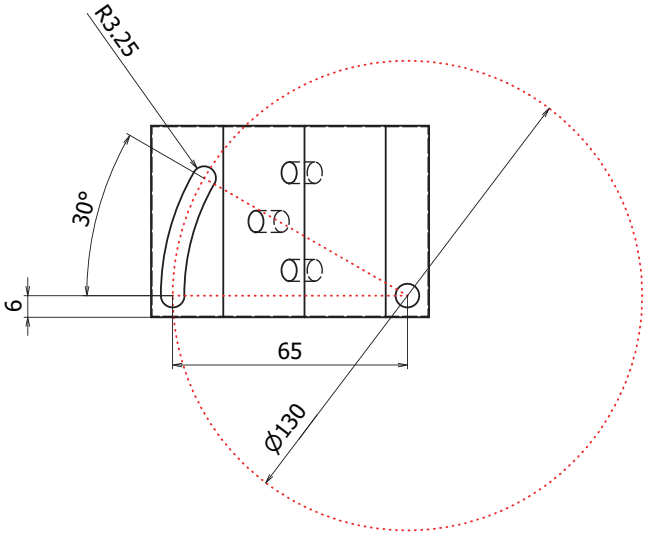
円弧スロットについて
次ページに記載

45deg投影

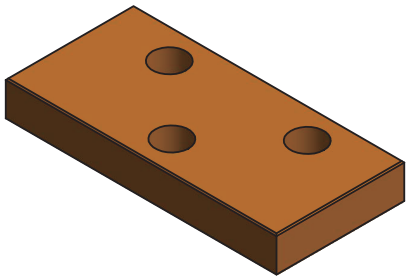


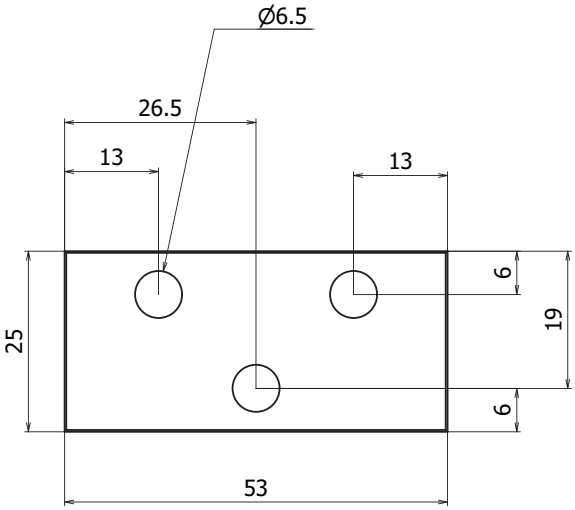
D1707049

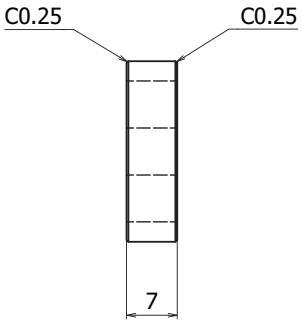
NOTE: バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁 平面度0.1mm以下 洗浄方法　真空部品対応 SOURCE 45deg_stand.ipt　UNIT mm　QTY 3　SCL 1:1　A3	PROJECT: KAGRA　SUB-SYSTEM: OMC 東京工業大学 Tokyo Institute of Technology	MATERIAL: SUS304 MACHINING FINISH: Ra 1.6 FINISH: 洗浄	NAME: OMCS 45deg Stand DESIGN: Xenon 2017/09/24 DRAFT: J.Kasuya 2017/09/24 CHECK:	JGW.No.: D1707049	REV: 1 1



NOTE: バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁 平面度0.1mm以下 洗浄方法　真空部品対応 SOURCE 45deg_stand.ipt　UNIT mm　QTY 3　SCL 1:1　A3	PROJECT: KAGRA　SUB-SYSTEM: OMC 東京工業大学 Tokyo Institute of Technology	MATERIAL: SUS304 MACHINING FINISH: Ra 1.6 FINISH: 洗浄	NAME: OMCS 45deg Stand DESIGN: Xenon 2017/09/24 DRAFT: J.Kasuya 2017/09/24 CHECK:	JGW.No.: D1707049	REV: 1 2







NOTE
バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁
平面度0.1mm以下
洗浄方法　真空部品対応

SOURCE blade_clamp.ipt | UNIT mm | QTY 5 | SCL 2:1 | A3

PROJECT KAGRA | SUB-SYSTEM OMC

東京工業大学 Tokyo Institute of Technology

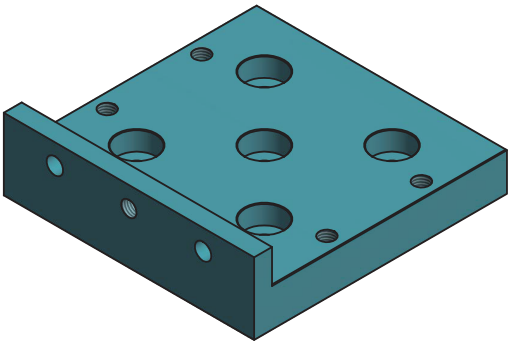
MATERIAL	SUS304
MACHINING FINISH	Ra 1.6
FINISH	洗浄

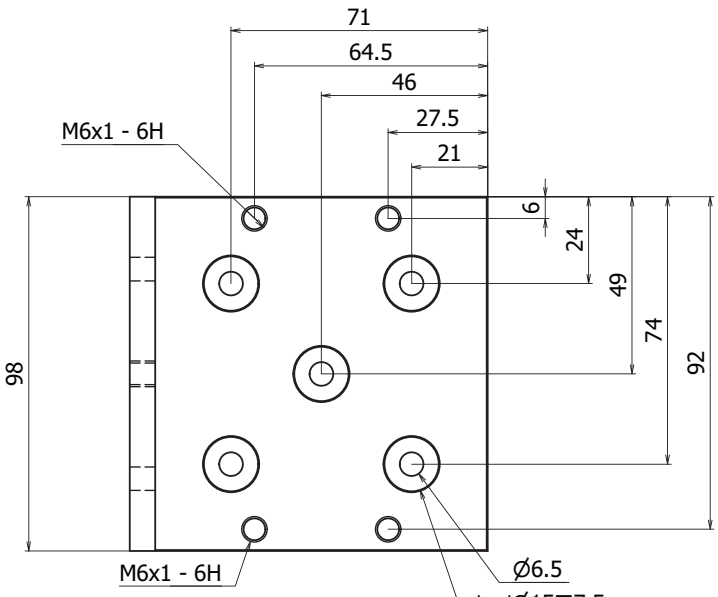
NAME OMCS Blade Clamp

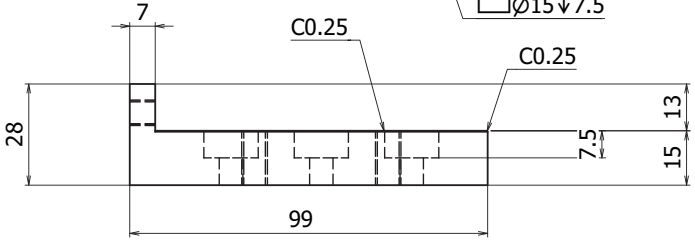
DESIGN	Xenon	2017/09/06
DRAFT	J.Kasuya	2017/09/06
CHECK		

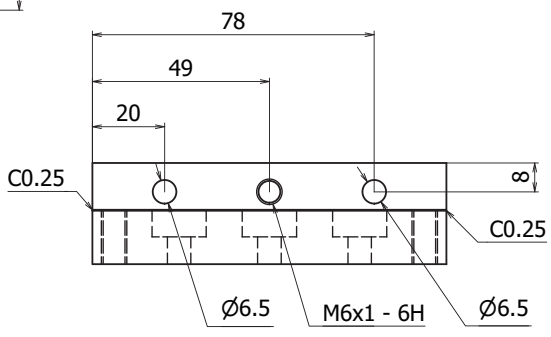
JGW.No. D1707047

REV 2 | 1









NOTE
バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁
平面度0.1mm以下
洗浄方法　真空部品対応

SOURCE adjustable_base.ipt | UNIT mm | QTY 3 | SCL 1:1 | A3

PROJECT KAGRA | SUB-SYSTEM OMC

東京工業大学 Tokyo Institute of Technology

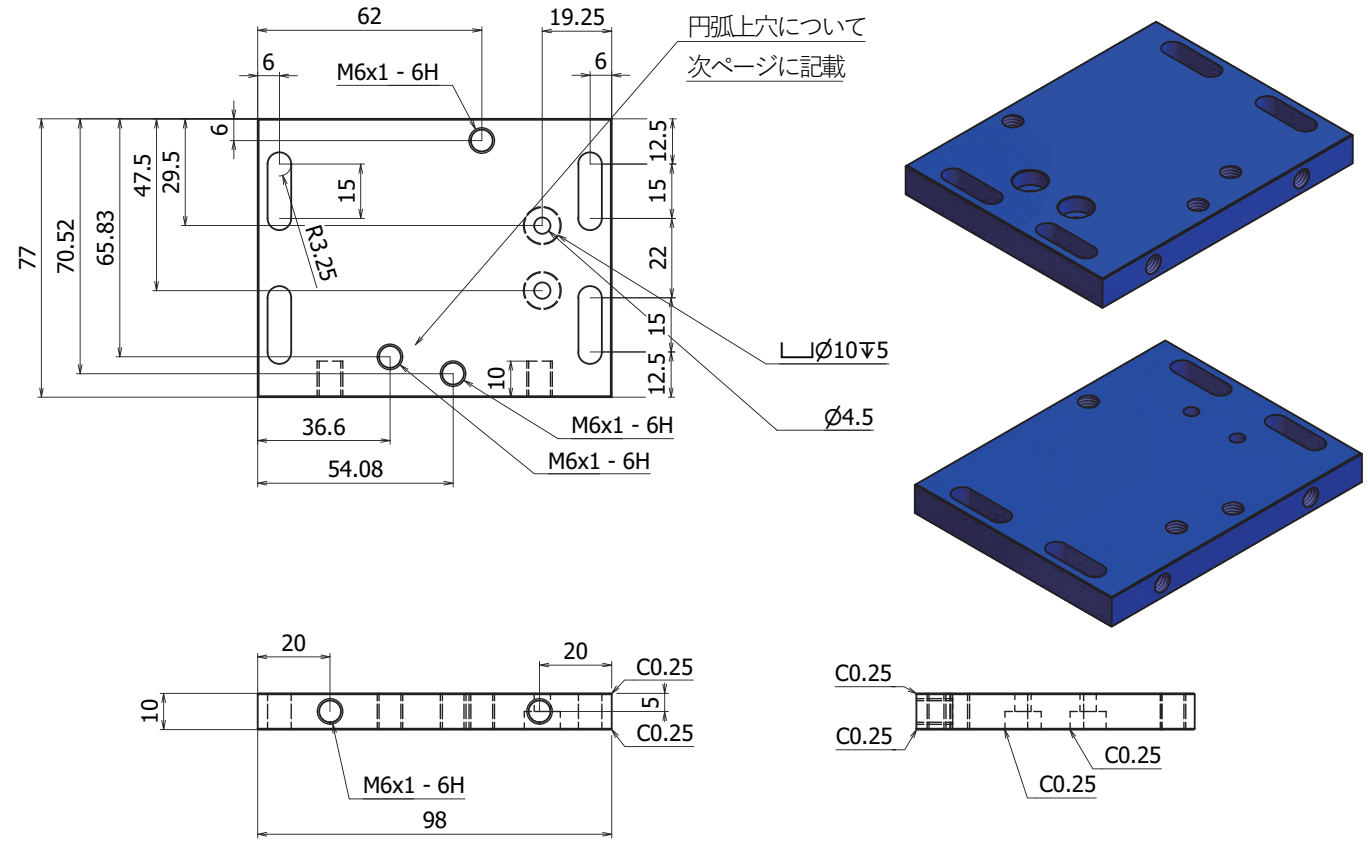
MATERIAL	SUS304
MACHINING FINISH	Ra 1.6
FINISH	洗浄

NAME OMCS Adjustable Base

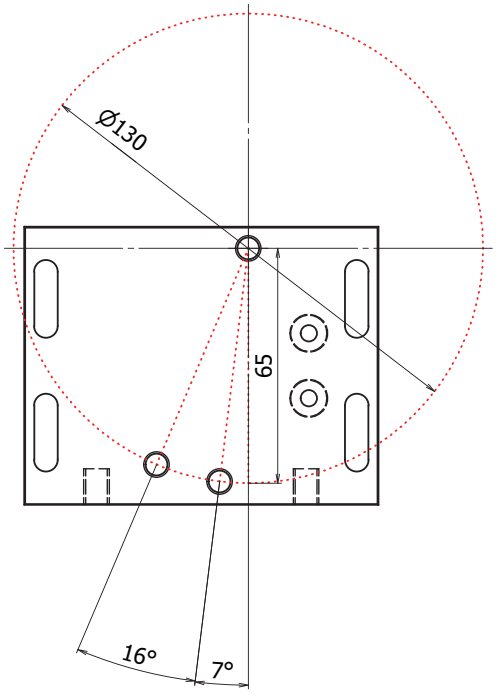
DESIGN	Xenon	2017/09/06
DRAFT	J.Kasuya	2017/09/06
CHECK		

JGW.No. D1707153

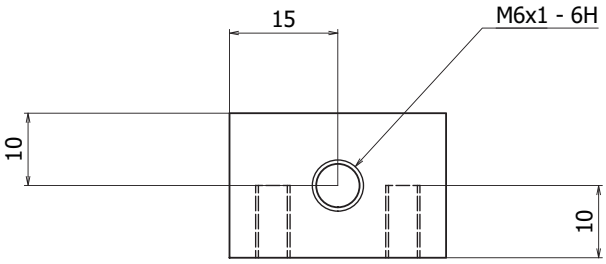
REV 1 | 1

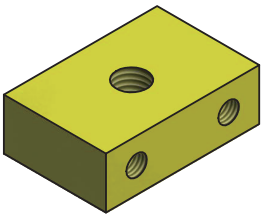


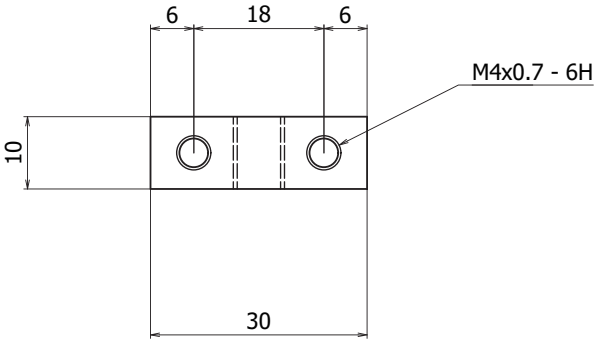
NOTE バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁 平面度0.1mm以下 洗浄方法　真空部品対応	PROJECT KAGRA	SUB-SYSTEM OMC	MATERIAL	SUS304	NAME	OMCS Adjustable Plate	
	東京工業大学 Tokyo Institute of Technology		MACHINING FINISH	Ra 1.6	DESIGN	Xenon 2017/09/24	JGW.No. D1707152
			FINISH	洗浄	DRAFT	J.Kasuya 2017/09/24	REV 1
SOURCE adjustable_plate.ipt UNIT mm QTY 3 SCL 1:1 A3					CHECK		1

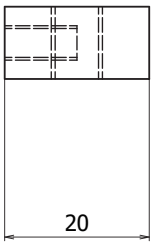


NOTE バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁 平面度0.1mm以下 洗浄方法　真空部品対応	PROJECT KAGRA	SUB-SYSTEM OMC	MATERIAL	SUS304	NAME	OMCS Adjustable Plate	
	東京工業大学 Tokyo Institute of Technology		MACHINING FINISH	Ra 1.6	DESIGN	Xenon 2017/09/24	JGW.No. D1707152
			FINISH	洗浄	DRAFT	J.Kasuya 2017/09/24	REV 1
SOURCE adjustable_plate.ipt UNIT mm QTY 3 SCL 1:1 A3					CHECK		2



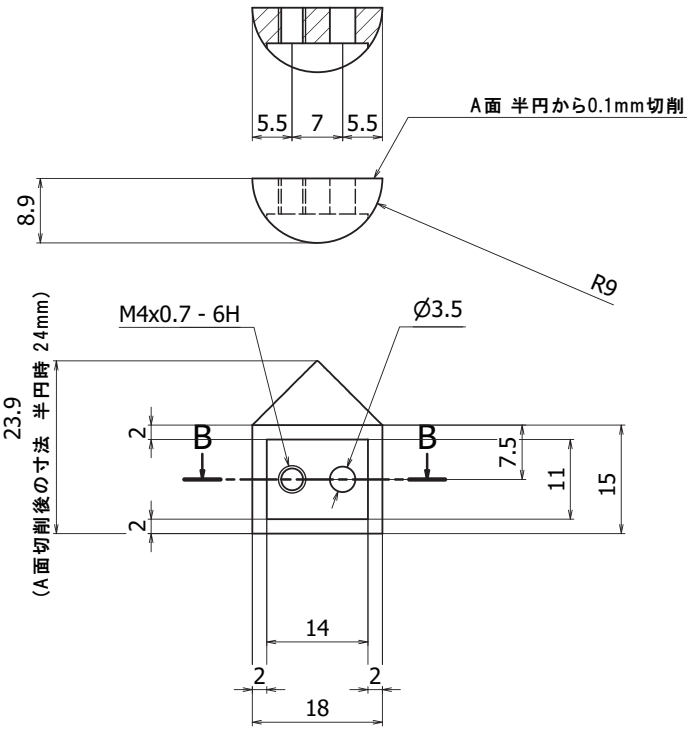


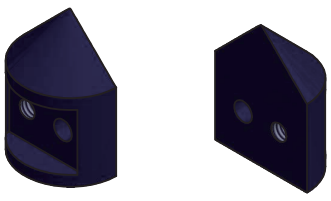


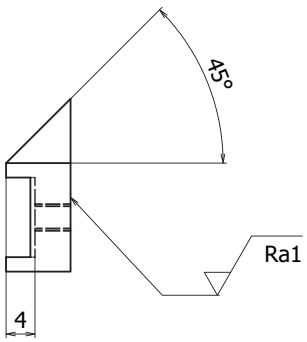


NOTE: バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁 平面度0.1mm以下 洗浄方法　真空部品対応	PROJECT: KAGRA	SUB-SYSTEM: OMC	MATERIAL: SUS304	NAME: OMCS Bolt Fixing Base		
	東京工業大学 Tokyo Institute of Technology		MACHINING FINISH: Ra 1.6	DESIGN: Xenon 2017/09/24	JGW.No.: D1707054	REV: 1
			FINISH: 洗浄	DRAFT: J.Kasuya 2017/09/24		1
SOURCE: bolt_fixing_base.ipt　UNIT: mm　QTY: 5　SCL: 2:1　A3				CHECK:		

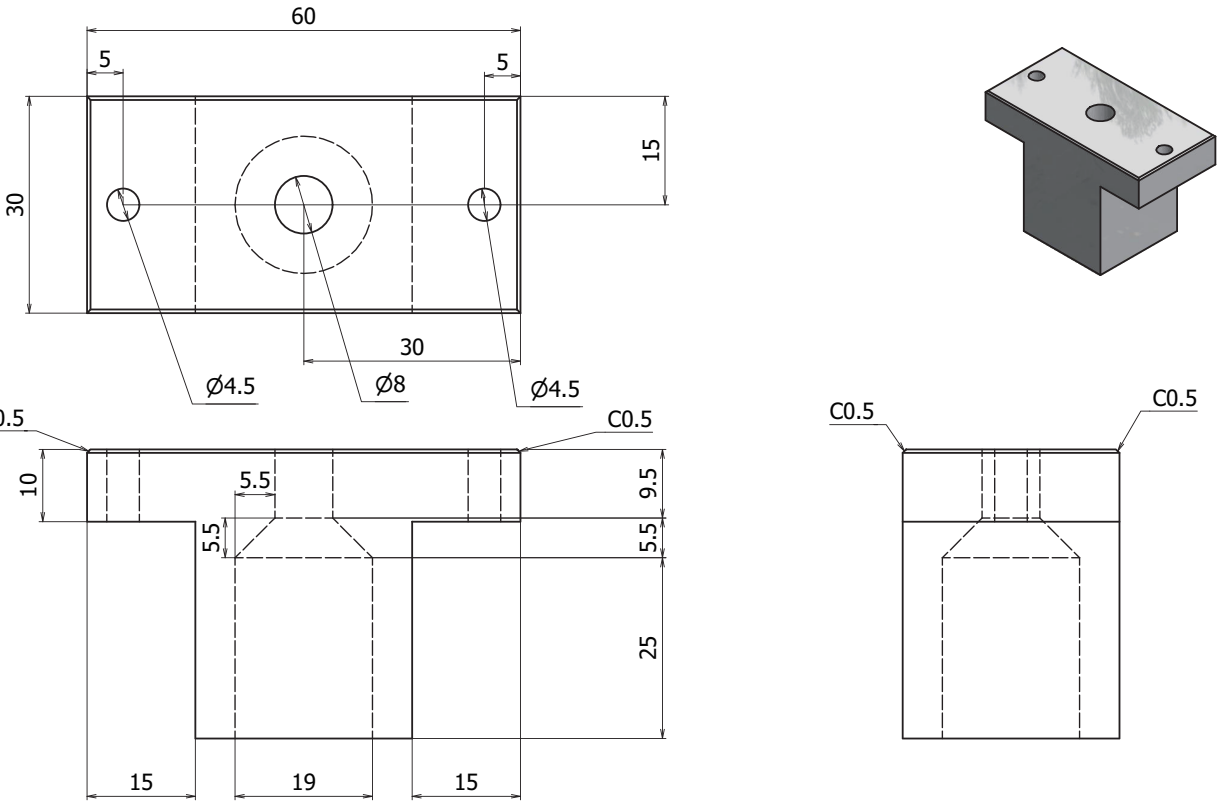
B-B (2 : 1)







NOTE: バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁 平面度0.1mm以下 洗浄方法　真空部品対応	PROJECT: KAGRA	SUB-SYSTEM: OMC	MATERIAL: SUS304	NAME: OMCS Lower Wire Clamp		
	東京工業大学 Tokyo Institute of Technology		MACHINING FINISH: Ra 1.6	DESIGN: Xenon 2018/01/17	JGW.No.: D1807667	REV: 2
			FINISH: 洗浄/ベーキング	DRAFT: J.Kasuya 2018/01/17		1
SOURCE: clamp.ipt　UNIT: mm　QTY: 20　SCL: 2:1　A3				CHECK:		



NOTE
バリ無し加工 洗浄後素手による取扱厳禁
平面度0.1mm以下
洗浄方法　真空部品対応

SOURCE shitamount2.ipt | UNIT mm | QTY 10 | SCL 2:1 | A3

PROJECT KAGRA | SUB-SYSTEM OMC

東京工業大学 Tokyo Institute of Technology

MATERIAL	A5052
MACHINING FINISH	Ra 1.6
FINISH	洗浄

NAME: OMCS Lower Wire Clamp Mount

DESIGN	Xenon	2018/01/17
DRAFT	J.Kasuya	2018/01/17
CHECK		

JGW.No. D1807668

REV 2 (1)

関連図書

[1] Einstein A *Annalen der Physik* **49** 769 (1916)

[2] Abbott B P *et al.* "Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger" *Phys. Rev. Lett.* **116** 061102 (2016)

[3] Fricke T T *et al.* "DC readout experiment in Enhanced LIGO" *Class. Quantum Grav.* **29** 065005 (2012)

[4] 三尾典克「一般相対性理論 基礎から実験的検証まで」サイエンス社 (2007).

[5] Somiya K (for the KAGRA Collaboration) "Detector configuration of KAGRA - the Japanese cryogenic gravitational-wave detector -" *Class. Quantum Grav.* **29** 124007 (2012)

[6] Weber J "Gravitational wave detector events" *Phys. Rev. Lett.* **20** 23 (1968)

[7] Abbott B P *et al.* "GW170814: A Three-Detector Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Coalescence" *Phys. Rev. Lett.* **119** 141101 (2017)

[8] Abbott B P *et al.*"GW170104: Observation of a 50-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence at Redshift 0.2" *Phys. Rev. Lett.* **118** 241103 (2016)

[9] Abbott B P *et al.*"GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence" *Phys. Rev. Lett.* **116** 221101 (2017)

[10] Abbott B P *et al.* "GW170608: Observation of a 19-solar-mass Binary Black Hole Coalescence" arXiv:1711.05578 (2017)

[11] Abbott B P *et al.*"GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral" *Phys. Rev. Lett.* **119** 161101 (2017)

[12] 安東正樹「Fabry-Perot 型レーザー干渉計重力波検出器の制御」 (1996)

[13] Mizuno J "Comparison of optical configurations for laser-interferometric gravitational-wave detectors" Ph.D. thesis (1995)

[14] Kimble H J, Levin Y, Matsko A B, Thorne K S, Vyatchanin S P "Conversion of conventional gravitational-wave interferometers into quantum nondemolition interferometers by modifying their input andor output optics" *Phys. Rev. D* **65** 022002 (2001)

[15] Somiya K "Investigation of radiation pressure effect in a frequency-detuned interferometer and development of the readout scheme for a gravitational-wave detector" Doctor thesis (2004) Tokyo University.

[16] M. Prijatelj, J. Degallaix, H. Grote, J. Leong, C. Affeldt, S. Hild,H. L¨ uck, J. Slutsky, H. Wittel, K. Strain and K. Danzmann, "The output mode cleaner of GEO 600", *Class. Quantum Grav.* **29**, 055009 (9pp) (2012)

[17] M. Prijatelj, “Gravitational wave detection with refined light-The implementation of an output mode cleaner at GEO600” Ph.D. thesis (2012)

[18] Arai K, Fritschel P, Lewis J ”Output Mode Cleaner Assembly Procedure” LIGO-E1300201-v1 (2015)

[19] Arai K, Lewis J, Korth W Z ”aLIGO Output Mode Cleaner: Optical Testing and Results” LIGO-T1500060v1 (2017)

[20] 中村卓史・三尾典克・大橋正健「重力波をとらえるー存在の証明から検出へ」京都大学学術出版会 (1998)

[21] Somiya K ”Gouy phase calculation for KAGRA OMC” JGW-T1503608-v1 (2015)

[22] 矢野和城「KAGRA 用アウトプットモードクリーナーのデザイン研究およびプロトタイプ制御実験」(2016)

[23] 粂田綾香「重力波検出器KAGRA の感度向上に向けたアウトプットモードクリーナーの開発」(2015)

[24] Arai K ”On the accumulated round-trip Gouy phase shift for a general optical cavity”, *Technical Note*, LIGO-T1300189-v1 (2013)

[25] Freise A, Brown D, and Bond C “Finesse, Frequency domain INterferomEter Simulation SoftwarE” arXiv:1306.2973 (2013)

[26] Waldman S J ”Output Mode Cleaner Design” *Technical Note*, LIGO-T1000276-v4 (2011)

[27] 粕谷順子「重力波検出器 KAGRA の出力モードクリーナの姿勢制御」(2016)

[28] 日本鋳造 LEX 総合カタログ

[29] Uehara N, Ueda K “Accurate measurement of the radius of curvature of a concave mirror and the power dependence in a high-Finesse Fabry-Perot interferometer” *Appl. Opt.* **34** 5611-5619 (1995)

[30] Takahashi R “Vacuum-compatible vibration isolation stack for an interferometric gravitational wave detector TAMA300” Review of Scientific Instruments **73** 2428 (2002)

[31] Smith M and Amato-Grill J 2010 *LIGO report* T0900324-v2

[32] Winterflood J “High performance vibration isolation for gravitational wave detection” Ph.D. thesis (2001)

[33] Somiya K *et al.* 2009 ’Conceptual design of an interferometer with a sub-SQL sensitivity’ *AEI Hannover / LIGO Scientific Collaboration* T0900069

[34] ヤリーヴ-イェー「光エレクトロニクス」丸善株式会社 (2010)

謝辞

本研究を進めるにあたり，多くの方にご協力をいただきました．最後に皆様にお礼を申し上げます．

指導教員の宗宮健太郎先生には，OMC 開発という興味深くやりがいのあるテーマを与えていただき，指導していただいたことに感謝します．この研究は興味のある分野で自分のできることを最大限に生かせる素晴らしいテーマでした．ただの修士学生のわたしが外部の研究者と議論する機会も頻繁に設けていただき，研究が一気に進みました．いつも議論に時間を割いてサポートしていただき大変感謝しています．わたしが研究室に所属した 2015 年から修士論文を提出する 2018 年まで，重力波業界は激動の 3 年間でした．重力波の初直接検出から KAGRA の稼働までの出来事は大変貴重な経験でした．KAGRA の重力波初検出に立ち会えず非常に残念です．OMC のこの後はよろしくお願いします．

西オーストラリア大学の John Winterflood 氏と Ju Li 氏には防振装置の開発を全面的にサポートしていただき，様々な機構を考案していただきました．ありがとうございました．西オーストラリア大の方々の，どんどん新しいことを思いついてどんどん試す姿勢は日本の研究機関とは一味違って刺激的でした．

カリフォルニア工科大学の新井宏治さんには，Caltech の OMC 見学から何度も研究の相談に乗っていただきました．KAGRA の OMC は OMC の大先輩である新井さんの助言で完成しました．理論だけでなくエンジニアリングに焦点を当てた合理的な考え方を見習いたいです．ありがとうございました．

同じく Caltech の山本博章さんには，OMC シミュレーションの要であるミラーマップを作成していただいたり，Gouy 位相の計算が合わなかった時も手伝っていただきありがとうございました．

国立天文台の阿久津智忠さん，浦口史寛さんには，板バネの製作について多くのアドバイスを頂き，感謝しております．短期間で板バネの設計・製作を終えられたのは TMS チームの方々のおかげです．

同じく天文台の正田亜八香さんには，神岡の VIS 作業で様々なことを教えていただきました．VIS の作業は大変貴重な経験で，自分の研究が進むきっかけを得ることもありました．ありがとうございました．

研究室の皆様にも大変お世話になりました．宗宮研のアドバイザの藤本眞克先生には，ゼミで様々なことを教えていただきました．重力波に限らず，どんな分野の質問でも正確に答えてくださる藤本先生が毎回参加してくださって非常に贅沢なゼミだったと感じます．ありがとうございました．

去年研究室を卒業された熱田将さんには，OMC のシミュレーションや実験で大変お世話になりました．プロトタイプ OMC の Dither ロックを最初にしたときから，つい最近までずっと「あつたかさんき」をお借りしました．ありがとうございました．

同じく去年卒業された片岡優さんには，実験や回路製作についてアドバイスを頂きました．回路関係の知識はほとんどが片岡さんから教えていただいたものです．ありがとうございました．

同期の柳沼拓哉君には，研究分野は異なりましたが学生室でいつも研究の相談に乗っていただきました．マセマティカからデータを取り出す方法もついにわかりました．ありがとうございました．

修士 1 年生の草柳君には，KAGRA 用 OMC のアセンブリ作業を手伝っていただきました．トラブル続きで技術的にも精神的にも大変でしたが，最後まで参加していただきありがとうございました．

同じく修士 1 年生の久富君，学部 4 年生の小田部君，中島君とはゼミやミーティングで有意義な議論をさせていただきました．研究室の交換留学生の Shaun 君には英語の添削で大変お世話になりました．Melodie さんには様々なイベントを企画していただきました．ありがとうございました．

最後に，東工大に入学するきっかけも与えていただき，修士卒業まで様々な面でサポートしていただいた両親に感謝します．

皆様ありがとうございました．